

# Sadržaj

## MREŽNO PLANIRANJE

<b>1. Uvod .....</b>	<b>3</b>
<b>3. Tehnika mrežnog planiranja.....</b>	<b>6</b>
3.1. Istorijat tehnike mrežnog planiranja .....	6
3.2. Uvod u tehniku mrežnog planiranja .....	8
<b>4. Analiza strukture .....</b>	<b>9</b>
4.1. Osnovni pojmovi .....	9
4.2. Lista aktivnosti .....	11
4.3. Pravila za crtanje mrežnog dijagrama.....	13
4.4. Numerisanje mrežnog dijagrama.....	19
<b>5. Analiza vremena.....</b>	<b>32</b>
5.1. Analiza vremena po CPM.....	32
5.1.1. Određivanje vremena trajanja aktivnosti.....	33
5.1.2. Proračun osnovnih vremenskih podataka .....	33
Proračun vremena pomoću mrežnog dijagrama.....	35
5.1.2.2. Proračun vremena pomoću matrice.....	37
5.1.3. Određivanje kritičnog puta.....	39
5.1.4. Određivanje vremenskih rezervi .....	41
5.2. Analiza vremena po PERT metodi .....	58
5.2.1. Određivanje očekivanog vremena aktivnosti i varijanse.....	58
5.2.2. Određivanje vremena nastupanja događaja .....	59
5.2.3. Vremenske rezerve i verovatnoće nastupanja događaja .....	60
5.3. Poređenje CPM i PERT metoda .....	84
<b>6. Analiza resursa.....</b>	<b>84</b>
6.1. Uvod .....	84
6.2. Planiranje resursa.....	86
6.2.1. Planiranje i nabavka materijala .....	86
6.2.2. Planiranje i nabavka opreme .....	88
6.2.3. Planiranje i raspoređivanje radne snage .....	89
<b>7. Analiza troškova.....</b>	<b>98</b>
7.1. Normalno i usiljeno trajanje aktivnosti.....	99
7.3. Metoda PERT/COST .....	103
<b>8. PDM - Precedence Diagramming Method.....</b>	<b>119</b>
8.1. Proračun vremenskih parametara .....	120
8.2. Pravila za konstruisanje PDM grafa .....	121

8.3. Tipovi veza kod PDM dijagrama.....	122
8.4. Transformacija dijagrama.....	123
8.5. Analiza vremena kod PDM metode.....	124
<b>10. Primena računara u upravljanju projektima .....</b>	<b>129</b>

# MREŽNO PLANIRANJE

## 1. Uvod

Savremeni poslovi se sve više mogu posmatrati kao jedinstveni poduhvati koji se preduzimaju radi ostvarenja definisanog cilja ili izvršavanja zadatka sa precizno utvrđenim raspoloživim resursima i jasno označenim početkom i krajem. Ranije su takvi poslovi bili karakteristični pretežno za istraživačke zadatke, izgradnju većih građevinskih objekata, razvoj jedinstvenih proizvoda i tome slično. Danas se čak i u organizacijama koje karakteriše veleserijska proizvodnja sve više javljaju upravo poslovi tog tipa, poslovi koji se rade samo jednom i koji se zovu projekti ili programi. Drugim rečima, savremeno poslovanje je sve više projektno orijentisano pa se čak i klasični industrijski sistemi sve češće organizuju na principima projekta.

Projekat je posao koji ima jasno određen cilj koji treba postići u datom vremenskom periodu uz korišćenje raspoloživih resursa. To je poduhvat koji treba isplanirati i izvesti, a ne samo plan ili predlog da se nešto uradi. Nekada je termin projekat označavao pre svega plan ili dokumentaciju o poslu koji treba obaviti. Prema tome, plan treba detaljno razraditi i posle prihvatanja realizovati a čitavi proces planiranja i izvođenja plana jedinstveno razmatrati. Međunarodna komisija za standarde proporučuje sledeću definiciju projekta:

*Projekat je jedinstveni proces koji se sastoji od skupa koordinisanih i kontrolisanih aktivnosti, sa određenim datumima početaka i završetaka, koje se preduzimaju da bi se isporučio proizvod u skladu sa postavljenim zahtevima, pri čemu postoje ograničenja na vreme, troškove i resurse.*

Pojam proizvoda u navedenoj definiciji projekta treba shvatiti šire tako da se odnosi ne samo na (opipljive) robe već i na (neopipljive) usluge. Rezultat jednog projekta može biti stvaranje jednog ili više jedinica nekog proizvoda. U mnogim slučajevima projekat formira samo deo veće projektne strukture, tj. razmatrani projekat je potprojekat nekog većeg projekta.

Iako se u ovoj definiciji eksplicitno ne spominju *namere ili ciljevi projekta*, jasno je da oni predstavljaju uzrok njegovom pokretanju. Ciljevi su ono što u toku izvođenja projekta treba postići da bi se ispunili dogovoreni zahtevi i potrebe učesnika na projektu. Radi kasnije ocene uspešnosti projekta, ciljeve bi trebalo jasno iskazati na početku. Oni treba da opišu ono što se želi ili mora postići i treba da budu izraženi u merljivim pojmovima. U tom kontekstu, ciljevi se mogu nazivati i zahtevima projekta. Ciljevi (ili zahtevi) mogu biti:

- a) obaviti projekat za *minimalno vreme* ili do određenog roka,

- b) obaviti projekat sa *minimalnim troškovima* ili sa raspoloživim budžetom,
- c) obaviti projekat sa *minimalnim utrošcima resursa* (radna snaga, sirovine, materijali, mehanizacija, oprema, prostor ...),
- d) obaviti projekat sa *zahtevanim kvalitetom* (u skladu sa zadatim ciljevima i tehničkim i funkcionalnim specifikacijama).

Savremeni pristupi rukovođenju projektom pored navedenih kriterijuma (vreme, troškovi, kvalitet) sve češće uzimaju u obzir i *zadovoljstvo* koje učesnici na projektu osećaju u toku i na kraju realizacije projekta. Ovo je pogotovo važno za projekte razvoja novih proizvoda kao što su softverski i informacioni sistemi kada se na poslu angažuju ambiciozni ljudi željni dokazivanja i samopotvrđivanja.

Upravljanje projektom je primenjivanje veština, sredstava i tehnika da se planira, nadgleda i kontroliše projekat radi postizanja njegovih ciljeva. Ono zahteva uravnoteženje protivurečnih (konkurentnih) zahteva u odnosu na vreme, cenu i kvalitet. Konkurentni zahtevi mogu da uzrokuju takozvane analize razmene između namera koje se žele ostvariti projektom radi nalaženja dobrih kompromisnih rešenja.

Upravljanje projektom treba da obuhvati sve poslove od zamisli do finalne realizacije. Poznavanje metoda i tehnika za upravljanje projektima danas predstavlja jednu od neophodnih veština savremenog menadžera. Upravljanje projektom je proces kojim se sprovodi:

- a) planiranje projekta,
- b) praćenje realizacije projekta, sa određenim podešavanjima plana,

analiziranje, procenjivanje i izveštavanje o rezultatima.

Upravljanje projektom predstavlja naučno zasnovan i u praksi potvrđen koncept kojim se uz pomoć odgovarajućih metoda organizacije, planiranja i kontrole vrši racionalno *usklađivanje svih potrebnih resursa i koordinacija obavljanja potrebnih aktivnosti* da bi se određeni projekat realizovao na najefikasniji način. Osnovne karakteristike ovog koncepta su:

- a) definisanje i korišćenje odgovarajuće organizacije za upravljanje realizacijom projekta (funkcionalna organizacija, projektna, matrična, kontingencijski pristup),
- b) korišćenje odgovarajućeg softvera za upravljanje projektom i
- c) korišćenje tehnike mrežnog planiranja i gantograma u planiranju, praćenju i kontroli realizacije projekta.

Radi ostvarenja projekta utvrđuje se organizacija na projektu koja je privremena i važi samo za vreme trajanja, odnosno života projekta. Na čelo organizacije se postavlja *rukovodilac projekta* - osoba sa odgovornošću za upravljanje projektom i postizanje postavljenih ciljeva. Zavisno od veličine projekta i okoline u kojoj se realizuje, za rukovodioca projekta koriste se i termini: direktor projekta, vođa projekta, inženjer projekta, koordinator projekta i sl. Ovlašćenja prenesena na

rukovodioca projekta treba da su srazmerna njegovoj odgovornosti. Zadaci rukovodioca projekta uključuju:

- raspodelu resursa tako da se ostvare ciljevi projekta;
- efektivno nadgledanje i kontrolu aktivnosti;
- predviđanje i izbegavanje problema;
- brze reakcije na odstupanja od plana;
- izmenu plana i vremenskog rasporeda aktivnosti ako je potrebno.

On je „integrator“, „komunikator“, vođa tima i donosilac odluka.

Projekat se uvek tiče većeg broja pojedinaca ili grupa koji su zainteresovani za rezultate, efekte i ostvarenja projekta. Njihovi pojedinačni ciljevi i interesi u okviru projekta su različiti i mogu biti delimično konfliktni. Zajednički interes je ostvarivanje projekta. Ovi pojedinci ili grupe se nazivaju *učesnici na projektu* ili interesne grupe (*Stakeholders*). Oni obuhvataju:

- *korisnike*, kao što je operator koji koristi projektni proizvod;
- *vlasnike*, kao što su finansijske institucije;
- *partnere*, kao što je to slučaj u zajedničkim poduhvatima;
- moguće *snabdevače* i *podugovarače*;
- *interpe učesnike* na projektu kao što su članovi projektnog tima ili njihovi sindikati;
- *društvo* kao što su pravna tela koja donose propise. Društvo može takođe da obuhvati pojedince i organizacije koje imaju moć da utiču na projekt ali njihovi identifikovani interesi možda mogu a možda ne mogu da budu ispunjeni uspešnim završetkom projekta.

Treba naglasiti da savremeni pristup upravljanju projektom sugeriše da se kao obavezna završna faza projekta uključi razmatranje iskustava na projektu, tzv. *faza analize i učenja*. Analiza rada i upravljanja na završenom projektu treba da uključi sve učesnike na projektu da bi se uočilo šta je dobro a šta loše urađeno, kada se i zašto radilo efikasno, a kada slabo, šta su bili uzroci sukoba i nezadovoljstava, a šta podsticaji boljem radu. Iskustva sa projekta treba sistematizovati da bi se povećala efikasnost i smanjila verovatnoća greške na novim poslovima koji predstoje, bez obzira da li će se i koliko oni razlikovati u odnosu na onaj koji je upravo završen.

Ključni elemenat upravljanja projektima je planiranje. Plan projekta je dokument kojim se utvrđuju specifične tehnike, resursi i nizovi aktivnosti potrebni za ostvarenje ciljeva projekta. Za planiranje realizacije projekata razvijen je skup metoda koje se jednim imenom nazivaju tehnike mrežnog planiranja (TMP).

### 3. Tehnika mrežnog planiranja

#### 3.1. Istorijat tehnike mrežnog planiranja

Izvršenje svakog složenijeg projekta zahteva da se pitanja planiranja i upravljanja rešavaju sa više sigurnosti i primenom rigoroznih naučnih metoda. Složeni projekti se sastoje iz velikog broja poslova (aktivnosti), koji su po strukturi veoma različiti i međusobno vremenski uslovljeni. Složenost projekta ne ogleda se samo u brojnim i obimnim poslovima. Heterogenost tih poslova zahteva učešće velikog broja različitih izvršioaca u realizaciji projekta. Za uspešno upravljanje ovako složenim projektima nije dovoljno samo predvideti sve poslove koje treba obaviti i odrediti njihove izvršioce. Svi ti poslovi međusobno su vremenski uslovljeni. Blagovremeno obavljanje jednih poslova uslovljava početak i obavljanje narednih. Potrebno je zato obezbediti potpunu koordinaciju svih učesnika u realizaciji projekta.

Veliki projekti posle Drugog svetskog rata, posebno projekti osvajanja svemira i razvoja nuklearnih tehnologija, uključivali su hiljade preduzeća i ogroman broj aktivnosti. Nijedan gantogram nije više bio ni dovoljno detaljan niti dovoljno pregledan da bi se lako izvodile potrebne analize i efikasno pratila realizacija projekta. Posebno teške i takoreći neizvodive postale su analize tipa „šta ako“ na nivou jednostavnih aktivnosti.

Kao logičan nastavak primene Gantovih ideja krajem šeste decenije prošlog veka razvijen je skup metoda koji se jednim imenom nazivaju *Tehnika Mrežnog Planiranja (TMP)*. Dakle, TMP je skup metoda koje se koriste za planiranje, praćenje i kontrolu realizacije projekta. Ove metode su zasnovane na rezultatima matematike (algebra i teorija grafova), statistike i računarskih nauka. Sa metodološkog aspekta ove metode omogućavaju precizno razdvajanje analize strukture projekta od analize vremena što je omogućilo potpunu primenu računara u upravljanju projektima. To je metodologija koja je postala obavezna za analizu preuzetih obaveza pri sklapanju ugovora, kontroli izvršavanja rokova i analizi troškova realizacije projekta. TMP je prihvaćena u celom svetu i pomoću nje je u znatnoj meri poboljšano planiranje procesa realizacije složenih projekata i povećana efikasnost upravljanja tim procesima.

Krajem pedesetih i početkom šezdesetih godina dvadesetog veka na dva mesta u SAD nezavisno su razvijene metode za planiranje i praćenje projekata nazvane metoda kritičnog puta - **CPM** (*Critical Path Method*) i tehnika za ocenu i pregled (reviziju) programa - **PERT** (*Programme Evaluation and Review Technique*). Metoda kritičnog puta je razvijena 1957. god. u konsultantskoj firmi Buz, Alen i Hamilton pri planiranju projekata održavanja aviona lokid u mornaričkoj avijaciji, a paralelno je primenjena i za planiranja održavanja postrojenja u hemijskoj industriji Du Pont de Nemours and Co. Već naredne 1958. godine ovaj metod je uspešno primenjen za planiranje izgradnje nove fabrike u istoj firmi. Osnovna karakteristika

ovog metoda je stroga podela analize strukture i analize vremena u postupku planiranja. Pored toga, u analizi vremena i rokova izvršenja pojedinih delova projekta ovaj metod koristi samo jedno vreme. Zbog toga se CPM metod koristi za planiranje projekata kod kojih se vreme, potrebno za izvršenje pojedinih aktivnosti, može dovoljno precizno odrediti. Prvu studiju sa osnovnim postavkama metode objavili su 1958. *Walker i Kelley*.

PERT metoda je razvijena 1958. god., u konsultantskoj korporaciji Remington-Rand, za potrebe ratne mornarice SAD kao metoda za planiranje razvojnog programa osvajanja svemira za rakete "Polaris". Na ovom projektu je bilo nekoliko hiljada aktivnosti od koji su mnoge bile razvojnog karaktera sa nemogućnošću preciznog utvrđivanja trajanja. Problemi koordinacije aktivnosti i raspodele resursa na njihovo obavljanje postali su veoma ozbiljni. Najviše zahvaljujući mogućnostima koje je stvorilo mrežno planiranje, trajanje projekta "Polaris" je skraćeno za dve godine. Za razliku od CPM metode, PERT metoda koristi tri procene vremena i omogućuje da se planira sa određenim elementima slučajnosti. Zbog toga se ovaj metod primenjuje na projektima istraživanja i razvoja. Kod ovih projekata nije moguće dovoljno precizno odrediti vremena trajanja pojedinih aktivnosti, pa se pomoću statističkih metoda određuje njihovo očekivano vreme trajanja. Razvoj PERT metode je započet 1958. godine, a ovim istraživanjem je rukovodio *V. Fazar*, dok je matematičke osnove metode definisao *C. Clark*.

Nešto kasnije, 1962. god., razvijena je metoda **PERT/TROŠKOVI** za upravljanje troškovima pri realizaciji projekta zaslugom Nacionalne uprave za astronautiku i kosmička istraživanja (NASA) i Ministarstva odbrane SAD.

U knjigama se na početku pravila razlika između CPM i PERT (na osnovu njih je kasnije razvijeno nekoliko desetina veoma sličnih metoda) ali su ove metode danas praktično spojene u jednu jedinstvenu tehniku koja koristi dobre osobine oba pristupa. Mrežno planiranje je tako postalo jedna od standardnih tehnika u upravljanju projektom za čiju je primenu obučena većina inženjera i rukovodilaca. Ono predstavlja tehniku planiranja ali i praćenja realizacije projekta jer daje mogućnost da se utvrdi koliko se odstupa od plana i kako da se brzo obavi replaniranje, odnosno prilagođavanje plana nastalim promenama.

Metode CPM i PERT su tehnike mrežnog planiranja orijentisane događajima ili metode „streličastih dijagrama” (*Arrow Diagram Method*), tj. metode koje su razvijene za analizu vremena kada su na mrežnom dijagramu aktivnosti predstavljene na granama grafa. Na osnovu ovih metoda, razvijena je metoda „prvenstva“ **PDM** (*Precedence Diagramming Method*) za analizu vremena kada su na mrežnom dijagramu aktivnosti predstavljene na čvorovima mrežnog dijagrama, tj metoda koja je orijentisana aktivnostima, koji se zasnivaju na konceptu, tzv. "aktivnosti u čvoru" (*Activity On the Node*). Ova metoda je mnogo pogodnija za realizaciju na računaru pa danas svi poznatiji softveri za upravljanje projektima koriste PDM metodu za analizu vremena.

PDM metod se danas sve intenzivnije primenjuje u upravljanju projektima (*Project Management*), zbog pogodnosti u implementaciji na računarima. Ovaj metod je novijeg datuma i potpunije je elaboriran početkom sedamdesetih godina prošlog veka, iako je teorijski definisan u vreme nastanka CPM odnosno PERT metoda.

### 3.2. Uvod u tehniku mrežnog planiranja

Nema ljudske aktivnosti na koju se ova tehnika ne može primeniti. Tehnike mrežnog planiranja (TMP) zasnivaju se na jednostavnim metodima koji se mogu koristiti kao pogodno sredstvo za planiranje, za kontrolu toka realizacije projekta, za olakšavanje razmene informacija između učesnika u realizaciji projekta, itd. Pored toga, mrežni dijagram sam po sebi predstavlja matematički model koji omogućava da se prethodno može eksperimentisati i analizirati bilo koja promena u realizaciji složenih projekata.

Prednosti primene TMP:

- izrada MP zahteva detaljnu prethodnu analizu celog projekta, što dovodi do boljeg upoznavanja poduhvata;
- TMP donosi vremenske i materijalne uštede;
- obezbeđuje se kontrola izvršenja projekta;
- obezbeđuje proračun vremenskih rezervi koje se mogu koristiti za analizu i nivelisanje resursa;
- mogu se unapred uočiti potencijalna uska grla i predvideti mere za njihovo otklanjanje;
- kadrovi i resursi se mogu unapred rasporediti.

Planiranje realizacije svakog složenog zadatka pomoću metoda mrežnog planiranja ostvaruje se kroz četiri faze:

- U prvoj fazi posmatra se i uspostavlja logička zavisnost pojedinih delova projekta (aktivnosti) i sastavlja mrežni dijagram. Ova faza je nazvana **analiza strukture** i izvodi se na isti način i za CPM i za PERT metod mrežnog planiranja.
- **Analiza vremena** predstavlja drugu fazu mrežnog planiranja. Ova faza se izvodi tek posle analize strukture i obuhvata procenu vremena trajanja aktivnosti i projekta, određivanje kritičnog puta i vremenskih rezervi aktivnosti. Napomenimo da je osnovna razlika između CPM i PERT metoda u postupku analize vremena: CPM je deterministički, a PERT je stohastički metod.
- **Planiranje resursa** obuhvata planiranje materijala potrebnog za realizaciju projekta, zatim planiranje potrebne opreme, radne snage, itd.
- Poslednja faza mrežnog planiranja odnosi se na **analizu troškova**. U ovoj fazi uspostavljaju se odnosi i određuju zavisnosti između vremena trajanja aktivnosti i troškova potrebnih za njihovu realizaciju. Ova faza je veoma važna za optimizaciju procesa realizacije projekta. Jedino se pomoću nje



mogu dobiti odgovori na pitanja: 1) da li se može skratiti vreme izvršenja celog projekta i, ako može, ono se mora izvršiti uz najmanje povećanje troškova; 2) mogu li se smanjiti troškovi realizacije celog projekta, ali tako da vreme trajanja ne prekorači planirani rok završetka projekta.

## 4. Analiza strukture

Analiza strukture u mrežnom planiranju obuhvata ispitivanje redosleda i uzajamnih zavisnosti svih aktivnosti. Polazeći od tehnoloških i organizacionih uslova, sve aktivnosti se povezuju u jedan grafički model - *mrežni dijagram*. Mrežni dijagram je rezultat analize strukture. Međutim, pre nego što se pristupi sastavljanju i crtanju mrežnog dijagrama, potrebno je:

- sačiniti listu svih aktivnosti datog projekta i odrediti njihovu međusobnu uslovljenost i vremensku zavisnost;
- poznavati pravila za konstruisanje mrežnog dijagrama.

Pre nego što se razmotre ove etape u analizi strukture, definisano je nekoliko osnovnih pojmova koji se koriste u mrežnom planiranju.

### 4.1. Osnovni pojmovi

#### Projekat

Termin *projekat* u mrežnom planiranju ima šire značenje od uobičajenog i do sada korišćenog. Ovaj termin označava zadatak, nameru, posao ili proces za čiju realizaciju treba sačiniti plan. Pod projektom, prema tome, podrazumevamo bilo koji složeni zadatak iz raznih oblasti nauke, tehnike, ekonomije, itd.

Neki primeri za projekte:

- istraživački i razvojni projekti (novi proizvodi, naučna istraživanja, itd.),
- izgradnja građevinskih objekata (zgrada, energetska postrojenja, puteva, itd.),
- proizvodni projekti (rekonstrukcija postojećih kapaciteta, izgradnja novih kapaciteta, proizvodnja velikih tehničkih uređaja, itd.),
- organizacioni zadaci (planovi montaže i remonta, koordinacija više preduzeća, reorganizacija, itd.).

#### Aktivnost

Aktivnost je deo projekta, deo ukupnog zadatka koji čini jednu celinu u okviru realizacije projekta. Aktivnost predstavlja jedan od osnovnih elemenata mrežnog dijagrama i može imati sledeća značenja:

- I. Aktivnost označava radni proces koji za svoje izvršenje zahteva utrošak vremena i sredstava (oruđa za rad, sirovine, radnu snagu, itd.). Na primer, kopanje temelja, betoniranje temelja, armiranje ploče, montiranje opreme, itd. predstavljaju aktivnosti koje troše vreme i sredstva. Ovakve aktivnosti se nazivaju *stvarne aktivnosti*.

- II. Aktivnost može označavati i čekanje, pa se one nazivaju i **aktivnosti na čekanju**. U tom slučaju ona ne zahteva utrošak sredstava, ali troši vreme. Takve aktivnosti su, npr. sušenje boje, stvrdnjavanje betona, hlađenje odlivka, itd.
- III. Aktivnost može označavati samo logičku zavisnost-vezu između aktivnosti. U tom slučaju ona ne zahteva ni utrošak vremena, ni utrošak sredstava, već pokazuje samo da početak jedne aktivnosti zavisi od završetka i rezultata druge, i nazivaju se **prividne, fiktivne** ili **veštačke aktivnosti**.

Prve dve grupe aktivnosti predstavljaju realne aktivnosti. One se u mrežnom dijagramu prikazuju neprekidnim orijentisanim dužima (punim strelicama). Treća grupa aktivnosti (veštačke-fiktivne) u mrežnom dijagramu se predstavljaju isprekidanom orijentisanom duži (isprekidanom strelicom).

U zavisnosti od potreba, za isti projekat mogu se sačiniti mrežni dijagrami sa različitim stepenom detaljizacije. U vezi sa tim i aktivnosti možemo posmatrati kao proste i kao složene aktivnosti. Složene aktivnosti se, ukoliko je to potrebno, mogu razložiti na više prostih aktivnosti. Nema potrebe i nije racionalno razlagati dovoljno proste aktivnosti na neke manje i još jednostavnije aktivnosti.

### **Događaj**

Događaj se ne pojavljuje kao proces, već samo označava stanje u kome neka aktivnost može otpočeti, ili označava trenutak završetka neke aktivnosti. Iz ovoga možemo zaključiti da, u odnosu na posmatrane aktivnosti, događaje možemo podeliti na početne i završne.

*Početni događaj* aktivnosti označava stanje u kome su ispunjeni neophodni uslovi da može početi posmatrana aktivnost. Ako je moguće započeti neku aktivnost neposredno posle završavanja više drugih aktivnosti, onda je završavanje svih tih aktivnosti neophodan uslov za početak posmatrane aktivnosti. Ova činjenica predstavlja događaj. To je trenutak kada su postignuti rezultati koji označavaju spremnost za započinjanje narednih aktivnosti. Iz ovoga se može zaključiti da događaj ima dvostruki karakter. Za sve aktivnosti koje mu neposredno prethode i koje se završavaju u njemu on se pojavljuje kao *završni događaj*. Takođe, za sve naredne aktivnosti koje mogu početi u tom događaju on se javlja kao početni.

Posebne slučajeve u mrežnom dijagramu predstavljaju početni i završni događaj projekta. Početni događaj projekta nema ni jednu aktivnost koja mu prethodi i označava samo početak projekta. Završni događaj projekta nema ni jednu aktivnost koja sledi iza njega. On označava konačni cilj realizacije projekta.

Događaj se u mrežnom dijagramu označava krugom. Svi događaji moraju biti numerisani indeksima "i" za početne događaje i "j" za završne događaje, pri čemu se vodi računa da je  $i < j$ . Posle numerisanja događaja svaka aktivnost iz mrežnog dijagrama može biti označena brojevima njenog početnog i završnog događaja. Tako se aktivnosti između početnog događaja "i" i završnog događaja "j" predstavljaju simbolima  $A_{ij}$ .

**Mrežni dijagram**

Mrežni dijagram je grafički prikaz odvijanja projekta. On odražava međusobnu povezanost svih aktivnosti i događaja projekta. Redosled aktivnosti i njihova međusobna zavisnost čine strukturu projekta. Mrežni dijagram ima jedan početni događaj, to je početni događaj projekta, i jedan završni događaj, koji predstavlja završni događaj projekta.

Postoje dva oblika grafičkog prikazivanja mrežnog dijagrama: mrežni dijagram orijentisan aktivnostima i mrežni dijagram orijentisan događajima. Kod mrežnog dijagrama orijentisanog aktivnostima definisane su i grafički predstavljene sve aktivnosti projekta. Aktivnosti se prikazuju strelicama koje pokazuju smer vremenskog odvijanja. Pri tome dužina strelice nije merilo za vremensko trajanje aktivnosti.

U odvijanju projekta umesto aktivnosti mogu se definisati određena stanja. Strelice u ovom slučaju pokazuju redosled nastupanja pojedinih stanja projekta. Ovaj način konstruisanja mrežnog dijagrama se veoma retko koristi. On je pogodan za informisanje višim rukovodiocima. Pomoću njega se može pratiti i kontrolisati da li je neko stanje u realizaciji projekta dostignuto ili nije. Međutim, iz ovakvog mrežnog dijagrama ne može se videti koje aktivnosti moraju biti završene da bi se ta stanja dostigla.

Mrežni dijagram orijentisan aktivnostima redovno je u upotrebi. On ima značajnu prednost nad drugim oblikom prikazivanja mreže u tome što se na osnovu mrežnog dijagrama orijentisanog aktivnostima uvek može konstruisati mrežni dijagram orijentisan događajima, dok obrnuti postupak nije moguć.

**4.2. Lista aktivnosti**

Projekat se sastoji od niza različitih poslova i postupaka, koji se moraju obaviti da bi se projekat realizovao. Sastavljanje mrežnog dijagrama pretpostavlja da su poznate i popisane sve aktivnosti datog projekta i da je određena njihova međusobna uslovljenost i vremenska zavisnost. Spisak aktivnosti predstavlja polaznu osnovu za konstruisanje mrežnog dijagrama, pa od njegove obuhvatnosti i kvaliteta zavisi koliko će mrežni dijagram realno predstaviti projekat. U praksi nije uvek jednostavno utvrditi potpuni spisak aktivnosti, posebno kada se radi o novim istraživačkim projektima.

Do spiska aktivnosti može se doći na više načina. Kada se radi o poznatim projektima, onda se preuzimanjem informacija od sličnih projekata može sačiniti spisak aktivnosti. Kod novih projekata, u kojima nema informacija o realizaciji sličnih projekata, do spiska aktivnosti može se doći samo sistematskom analizom projekta (njegovim raščlanjavanjem na delove, koji se dalje razlažu na aktivnosti koje ih sačinjavaju). Kod većih i složenih projekata često nismo u mogućnosti da prethodno sačinimo potpunu listu aktivnosti. U ovom slučaju aktivnosti se otkrivaju u toku konstrukcije mrežnog dijagrama. Pristupa se konstruisanju

mrežnog dijagrama na osnovu nepotpunog spiska, pa se u toku njegove izrade razmišlja o toku realizacije projekta i uočavaju njegove dalje aktivnosti, koje se naknadno unose u spisak. Na taj način, spisak aktivnosti i mrežni dijagram nastaju paralelno jedan iz drugog.

Utvrđivanje i iskazivanje zavisnosti između aktivnosti može biti izvršeno na dva načina: pomoću određenih pitanja ili pomoću šeme međusobnih odnosa aktivnosti. Da bi se odredio pravi redosled aktivnosti, mora se za svaku aktivnost odgovoriti na sledeća pitanja:

- koje aktivnosti moraju biti završene neposredno pre početka posmatrane aktivnosti,
- koje se aktivnosti mogu odvijati nezavisno i paralelno,
- koje aktivnosti mogu otpočeti neposredno po završetku posmatrane aktivnosti.

Međusobni odnosi aktivnosti mogu biti iskazani i tabelarno preko šeme međusobnih odnosa. Šema je kvadratna i ima onoliko redova i kolona koliko aktivnosti ima u datom projektu. U šemi međuzavisnosti po kolonama su obuhvaćene posmatrane aktivnosti, a po redovima prethodne. Sama zavisnost između aktivnosti označava se unošenjem odgovarajućeg znaka u presek reda i kolone međusobno zavisnih aktivnosti. U tabeli I-5. je dat primer predstavljanja međuzavisnosti aktivnosti.

Na osnovu podataka o međusobnom odnosu aktivnosti koji su sadržani u tabeli lako se konstruiše odgovarajući mrežni dijagram. Posmatranjem označenih mesta simbolom X po kolonama dobijamo informaciju koje sve aktivnosti moraju biti završene da bi počela posmatrana aktivnost. Zbog toga će početni događaj posmatrane aktivnosti istovremeno biti završni događaj svih aktivnosti koje u koloni tog događaja imaju odgovarajući znak. Osim toga, posmatranjem označenih mesta po redovima dobijamo informaciju koje sve aktivnosti mogu početi kada se završi aktivnost iz tog reda. Završni događaj aktivnosti iz tog reda predstavljaće početni događaj svih aktivnosti koje u tom redu imaju odgovarajući znak.

Tabela I-5. Tabela međuzavisnosti aktivnosti

<b>Prethodna aktivnost</b>	<b>Posmatrana aktivnost</b>							
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>			X	X				
<b>B</b>					X	X		
<b>C</b>					X	X		
<b>D</b>							X	X
<b>E</b>							X	X
<b>F</b>								X
<b>G</b>								
<b>H</b>								

Ovakav način iskazivanja zavisnosti aktivnosti ima jedan ozbiljan nedostatak. Za velike projekte, tj. za projekte koji imaju veliki broj aktivnosti, tabela je glomazna, pa samim tim i nepraktična. Tada se zavisnost najčešće iskazuje u vidu tabele koja bi imala dve kolone: u prvoj koloni je popis svih aktivnosti posmatranog projekta, a u drugoj koloni navode se one aktivnosti koje moraju biti završene da bi počele aktivnosti iz prve kolone. Jedini nedostatak drugog prikaza je što se iz nje ne vidi koje aktivnosti mogu početi posle završetka posmatrane aktivnosti. Primer iz tabele I-5. prikazan je na ovaj način u tabeli I-6.

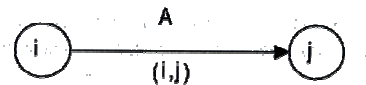
Tabela I-6. Tabela međuzavisnosti aktivnosti-drugi način

<i>Aktivnost</i>	<i>Zavisí od aktivnosti</i>
<i>A</i>	-
<i>B</i>	-
<i>C</i>	<i>A</i>
<i>D</i>	<i>A</i>
<i>E</i>	<i>B, C</i>
<i>F</i>	<i>B, C</i>
<i>G</i>	<i>D, E</i>
<i>H</i>	<i>D, E, F</i>

### 4.3. Pravila za crtanje mrežnog dijagrama

Kada se sačini spisak svih aktivnosti datog projekta i odredi njihova međusobna zavisnost, pristupa se crtanju mrežnog dijagrama. Da bi prikaz odvijanja aktivnosti projekta bio veran stvarnosti i da bi se svaka aktivnost mogla jednoznačno obeležiti, pri crtanju mrežnog dijagrama moramo se pridržavati izvesnih pravila.

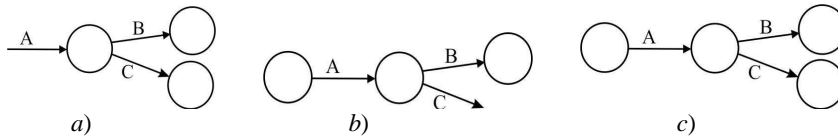
Aktivnost *A* predstavlja se na mrežnom dijagramu usmerenom granom (*i, j*) pri čemu čvor *i* označava događaj početka aktivnosti, a čvor *j* događaj završetka aktivnosti *A*. Usmerenje grane je od početka ka završetku. Na mrežnom dijagramu, čvorovi se po pravilu označavaju krugovima, a grane strelicama, kao što je prikazano na slici I-12. Radi jednostavnosti u opisivanju, na dalje će se koristiti kao sinonimi termini grana i aktivnost, odnosno događaj i čvor.



Slika I-12. Predstavljanje aktivnosti na mrežnom dijagramu

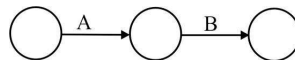
Pravila za crtanje mrežnog dijagrama, su:

- Svaka aktivnost mora otpočeti događajem i završiti se događajem. Na slici I-13. pod a) i b) nepravilno su grafički prikazane aktivnosti *A* i *C* (*A* nema početni događaj, *C* nema završni događaj), dok je na istoj slici pod c) dat njihov ispravan grafički prikaz.



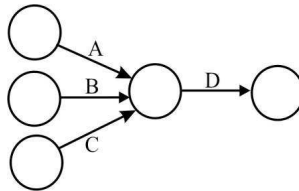
Slika I-13. Prvo pravilo crtanja MD

- Ako neka aktivnost ne može početi pre nego što bude završena neka druga aktivnost, one moraju biti postavljene jedna iza druge tako da je završni događaj prethodne aktivnosti identičan početnom događaju druge aktivnosti. Na slici I-14. aktivnost B može početi tek kada se potpuno završi aktivnost A.



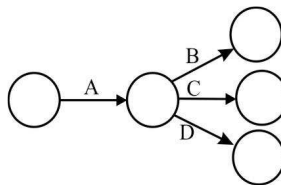
Slika I-14. Drugo pravilo crtanja MD

- Ako više aktivnosti mora biti završeno da bi mogla početi naredna aktivnost, onda se sve te aktivnosti moraju završiti u početnom događaju naredne aktivnosti. Na slici I-15. aktivnost D može početi tek kada se završe aktivnosti A, B i C.



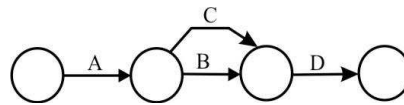
Slika I-15. Treće pravilo crtanja MD

- IV. Ako po završetku jedne aktivnosti može početi više aktivnosti istovremeno, onda je završni događaj prethodne aktivnosti istovremeno početni događaj svih tih aktivnosti. Na slici I-16. posle završetka aktivnosti A, mogu početi aktivnosti B, C i D.



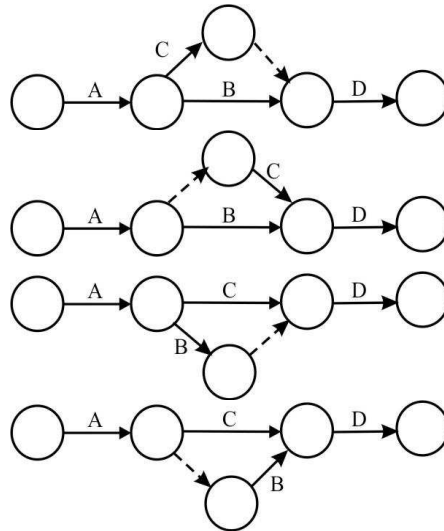
Slika I-16. Četvrto pravilo crtanja MD

- V. Ako dve ili više aktivnosti imaju zajednički početni i završni događaj, da bi se obezbedilo njihovo jednoznačno određivanje, uvodimo veštačke aktivnosti. Paralelne aktivnosti mogu biti istovremeno izvršavane, ali ne mogu imati zajedničke i početne i završne događaje. Na slici I-17., posle završetka aktivnosti A mogu početi aktivnosti B i C, a posle njihovog završavanja počinje aktivnost D.



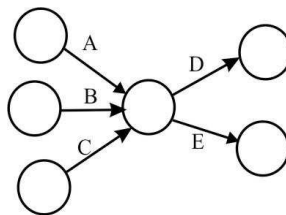
Slika I-17. Peto pravilo crtanja MD

Aktivnosti *B* i *C* imaju zajednički i početni i završni događaj, a to je, zbog potrebe jednoznačne identifikacije aktivnosti, nedopustivo. Ispravno prikazivanje ovih aktivnosti obezbediće se uvođenjem veštačke aktivnosti. Moguća su četiri ispravna načina prikazivanja ovih aktivnosti i oni su prikazani na slici I-18. Veštačke aktivnosti su prikazane isprekidanim strelicama.



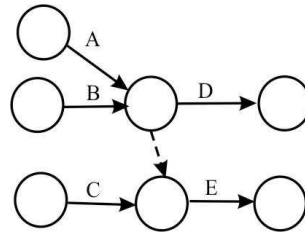
Slika I-18. Četiri ispravna načina prikazivanja petog pravila crtanja MD

- VI. Ako se u jednom događaju završava i počinje više aktivnosti među kojima nisu sve međusobno zavisne, onda se prave zavisnosti moraju prikazati pomoću veštačkih aktivnosti. Na slici I-19. prikazane su aktivnosti *A*, *B*, *C*, *D* i *E* tako što po završetku aktivnosti *A*, *B* i *C* počinju aktivnosti *D* i *E*.



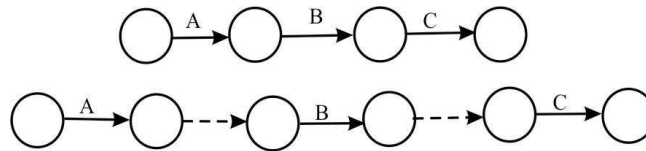
Slika I-19. Šesto pravilo crtanja MD

Pretpostavimo da je stvarna zavisnost takva da aktivnost *D* može početi kad se završe aktivnosti *A* i *B*, a aktivnost *E* tek kad se završe aktivnosti *A*, *B* i *C*. Ispravan grafički prikaz zavisnosti ovih aktivnosti dat je, pomoću veštačke aktivnosti, na slici I-20.



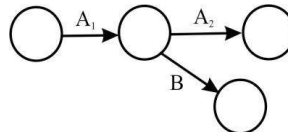
Slika I-20. Ispravan grafički prikaz zavisnosti za šesto pravilo crtanja MD

- VII. U niz realnih aktivnosti može se uključiti proizvoljan broj veštačkih aktivnosti, a da se time ne naruše principi konstrukcije mrežnih dijagrama. U narednoj ilustraciji, slika I-21. na ispravan način su data dva ekvivalentna načina grafičkog predstavljanja aktivnosti A, B i C.



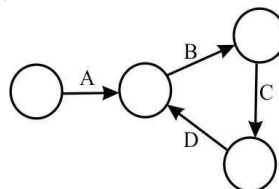
Slika I-21. Sedmo pravilo crtanja MD

- VIII. Ako neka aktivnost može početi pre nego što je prethodna aktivnost potpuno završena, onda je prethodna aktivnost složena i mora se podeliti na dve ili više prostih aktivnosti. Tako, na primer, slika I-22. posmatrana aktivnost B može početi pre nego što je prethodna aktivnost A potpuno završena. Aktivnost A mora se podeliti na dve aktivnosti A<sub>1</sub> i A<sub>2</sub>. Aktivnost A<sub>1</sub> je deo aktivnosti A do početka aktivnosti B.



Slika I-22. Osmo pravilo crtanja MD

- IX. Pojava petlji, ili zatvorenih kontura, nije dozvoljena u mrežnom dijagramu. To znači da se u mrežnom dijagramu bilo koja aktivnost može vremenski samo jednom odigrati. Pojava petlji u mrežnom dijagramu ukazuje na postojanje greške i ona se mora otkloniti. Mrežni dijagram na slici I-23. sadrži petlju, što znači da postoji neka kontradikcija u vremenskoj zavisnosti aktivnosti.



Slika I-23. Deveto pravilo crtanja MD



Prilikom crtanja mrežnih dijagrama potrebno je da se pridržavamo ovih devet osnovnih pravila. Ova pravila važe za crtanje mrežnih dijagrama orijentisanih aktivnostima (CPM i PERT). Sve aktivnosti projekta su poznate i definisane.

**Primer 4.3.1.** Konstruisati mrežni dijagram projekta čije su aktivnosti i njihove logičke zavisnosti prikazane u tabeli I-7.

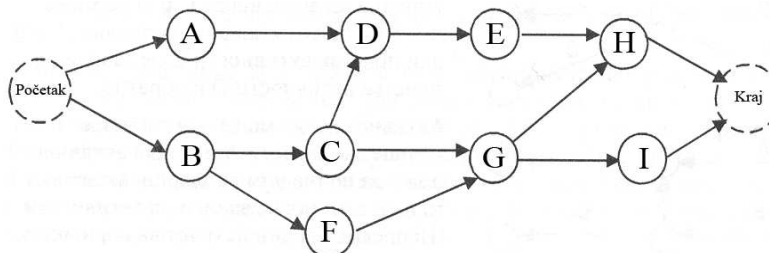
Tabela I-7. Aktivnosti projekta i njihove međuzavisnosti

Aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Predhodna aktivnost	-	-	B	A,C	D	B	C,F	E,G	G

**Rešenje.** Prvi korak u konstrukciji mrežnog dijagrama je crtanje grafa koji odražava logičke zavisnosti između aktivnosti.

Kao što je napomenuto, postoje dva osnovna načina prikazivanja plana projekta pomoću grafa (mreže). U prvom, aktivnosti se predstavljaju čvorovima, a događaji tj. prelazi sa jedne aktivnosti na sledeću, usmerenim granama. On se naziva *aktivnosti na čvorovima* (*Activity On The Node*) i ovaj način se poslednjih godina sve više koristi jer se pokazao kao pogodniji sa stanovišta primene računara. U drugom načinu se aktivnosti predstavljaju usmerenim granama a događaji, tj. njihovi počeci i završeci, čvorovima. Ovakav metod se zasniva na *aktivnostima na granama*, tj. to je metod „streličastih dijagrama” (*Arrow Diagram Method*), i ovaj način je dugo bio gotovo jedini u upotrebi. U daljem radu, prikazana su oba načina crtanja mrežnog dijagrama.

**Aktivnosti na čvorovima** (*Activity On The Node*). Koristeći podatke iz tabele I-7. jednostavno se crta mrežni dijagram sa aktivnostima na čvorovima (*MDC*) koji je prikazan na slici I-24. Aktivnosti *A* i *B* nisu uslovljene prethodnim aktivnostima. To znači da njihov početak predstavlja početak projekta. Početak je jedinstven i zato je u ovom slučaju neophodno uvesti prividnu aktivnost koja označava početak projekta. Kada projekat ima samo jednu početnu aktivnost, tj. samo jednu aktivnost čiji početak nije uslovljen završetkom neke druge aktivnosti, onda nema potrebe da se za početak projekta uvodi prividna aktivnost. Mnogi softverski paketi uošte ne koriste, odnosno ne prikazuju automatski prividne aktivnosti. Iz svake aktivnosti koja je prethodna nekoj aktivnosti u čvor koji odgovara toj aktivnosti ulazi grana iz čvora prethodne aktivnosti. Na primer, u čvor koji predstavlja aktivnost *H* ulaze grane iz čvora *E* i čvora *G* koji predstavljaju prethodne aktivnosti za *H*. Završeci aktivnosti *H* i *I* označavaju kraj projekta koji je iz istog razloga kao i početak predstavljen prividnom aktivnošću.



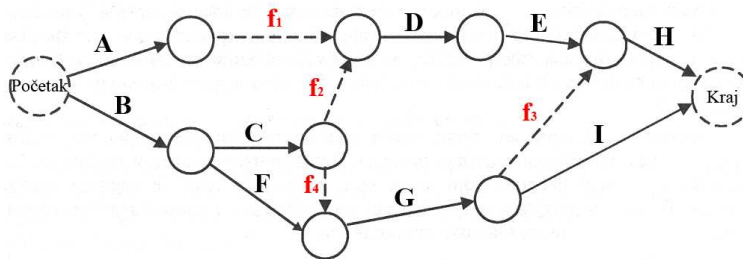
Slika I-24. Mrežni dijagram za projekat iz tabele I-7. (MDC)

**Aktivnosti na granama**, metod „streličastih dijagrama” (*Arrow Diagram Method*). Mrežni dijagram na kome su aktivnosti na granama (*MDG*), ima složenija pravila za crtanje, što je detaljnije objašnjeno u poglavlju 4.3.

Uvek se počinje sa čvorom koji označava početak projekta, odnosno početak onih aktivnosti koje nisu uslovljene ni jednom prethodnom aktivnošću. To su za primer iz tabele I-7. aktivnosti *A* i *B*. Aktivnosti se predstavljaju granama grafa. Svakoj aktivnosti se pridružuje jedna i samo jedna usmerena grana. Svaka grana se završava čvorom.

Pošto se ucrtaju grane koje polaze iz početnog čvora, u tabeli se traži aktivnost čiji je početak uslovljen završetkom samo onih aktivnosti koje su već predstavljene na grafu a ne i aktivnosti koje još nisu nacrtane. Pri dodavanju te aktivnosti grafu može se desiti neki od slučajeva prikazanih na slikama I-13 – I-23. Postupak se nastavlja dok se ne nacrtaju sve aktivnosti projekta. Tako se za primer projekta čije su aktivnosti date u tabeli I-7. dobija graf prikazan na slici I-25.

Često je radi očuvanja logičke konzistentnosti pri crtanju MD neophodno koristiti dodatne grane koje se po konvenciji označavaju isprekidanim linijama. One se nazivaju *prividne*, *fiktivne* ili *veštačke aktivnosti* jer su to „aktivnosti“ čije izvršavanje ne zahteva nikakve resurse. One su samo pomoć u modeliranju, nemaju trajanje niti stvaraju troškove. Prividne aktivnosti se obeležavaju sa  $p_1, p_2, \dots$  ili  $f_1, f_2, \dots$  ili  $S_1, S_2, \dots$  kao što je prikazano u primeru na slici I-25.



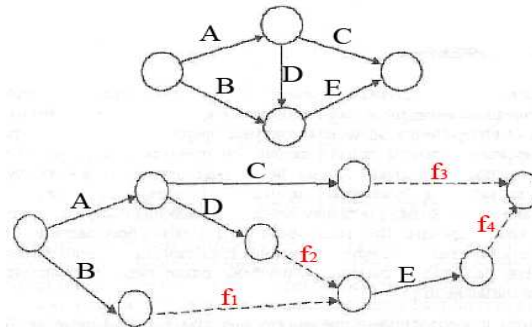
Slika I-25. Mrežni dijagram za projekat iz tabele I-7 (MDG)

U nekim slučajevima kraj projekta nije eksplicitno dat u tabeli logičkih zavisnosti, tj. crtanjem grafa na opisan način ne dolazi se do aktivnosti čiji završetak označava i završetak projekta. Tada sve čvorove koji predstavljaju završne događaje aktivnosti a nisu istovremeno počeci novih aktivnosti, treba spojiti u jedan čvor, direktno ili prividnim (veštačkim) aktivnostima. Ovo je važno zbog toga što prema definiciji projekat ima samo jedan početak i samo jedan kraj. Primer na slici I-25. takođe ilustruje ovaj postupak.

Prividne aktivnosti mogu biti od pomoći u analizi trajanja projekta. Radi predostrožnosti, da se ne bi napravila greška, može se koristiti sledeća ošpta preporuka: *Kad god se više aktivnosti stiču u isti čvor, treba svaku od njih razložiti na dve uzastopne aktivnosti, originalnu i prividnu, tako da u čvor ulaze samo prividne aktivnosti.* Primer transformacije koju uzrokuje navedena preporuka prikazan je na slici I-26.

Dodavanje prividnih aktivnosti unosi na dijagram nove čvorove i grane što može da smanji preglednost ali i verovatnoću pravljenja greške u analizi trajanja

projekta, naročito kada takvu analizu obavljaju početnici bez pomoći računara. Inače, retko se dosledno primenjuje navedena preporuka i transformacije tipa kao na slici I-26.



Slika I-26. Dodavanje prividnih (veštačkih) aktivnosti

Paralelno sa crtanjem grana treba dodeljivati brojeve čvorovima grafa. Preporučuje se poštovanje sledećih pravila. Početni čvor se obeležava brojem 1 a potom se numerišu čvorovi koji slede ovaj čvor. Pri tome se koriste takođe prirodni brojevi u rastućem nizu. Nijedan čvor u grafu ne može biti numerisan, ako nisu već numerisani svi njegovi prethodnici.

Konstrukcija mrežnog dijagrama se nastavlja upisivanjem na dobijeni graf atributa koji su pridruženi aktivnostima, odnosno granama, i čvorovima, odnosno događajima. Svakoj grani se uobičajeno pridružuju trajanje aktivnosti  $t_{ij}$  i cena  $c_{ij}$ . Čvorovima se pridružuju vremena koja označavaju trenutke njihovih događanja.

Poređenjem mrežnih dijagrama za prikazivanje aktivnosti sa zavisnostima datim u tabeli I-7., korišćenjem orijentisanih pravih ili izlomljenih linija tj. grana na grafu (MDG), s jedne strane, i prikazivanjem aktivnosti u „kućicama“ ili čvorovima grafa (MDC), s druge strane, uočavaju se sledeće osobine:

- na MDG su često potrebne fiktivne aktivnosti, na ovom jednostavnom primeru njihov broj ( $f_1$ - $f_4$ ) je jednak skoro polovini „stvarnih“ aktivnosti,
- na MDC nisu neophodne fiktivne aktivnosti,
- broj događaja na MDG može biti i manji od broja aktivnosti, ali može biti i dosta veći od broja aktivnosti u slučaju potrebe da se koriste fiktivne aktivnosti,
- broj čvorova na MDC mora da odgovara broju aktivnosti, ali su potrebna još dva čvora za prikazivanje početka i kraja projekta (ukoliko se to želi).

#### 4.4. Numerisanje mrežnog dijagrama

Kada je završeno crtanje mrežnog dijagrama, pristupa se numerisanju događaja. Brojevi događaja služe za jednoznačno označavanje aktivnosti i događaja. Postoje dva načina numerisanja događaja u mrežnom dijagramu: proizvoljno i rastuće numerisanje.

Kod proizvoljnog numerisanja brojevi događaja određuju se proizvoljno, tako da ne mora da bude ispunjen uslov  $i < j$ . Aktivnosti su označene jednoznačno sa dva broja koja odgovaraju događajima na početku i na kraju aktivnosti (npr.  $A_{53}$ ). Proizvoljno numerisanje ima više nedostataka (najveći nedostatak je da se u ovom slučaju veoma teško mogu otkriti petlje u mrežnom dijagramu), pa se ono i ne koristi. Rastuće numerisanje obezbeđuje uvek da je broj završnog događaja bilo koje aktivnosti veći od broja početnog događaja, odnosno ispunjava uslov  $i < j$ . Ukoliko je kod rastućeg numerisanja upotrebljen svaki ceo broj od 1 do  $n$ , tada govorimo o rastućem neprekidnom numerisanju. Rastuće numerisanje događaja može biti i prekidno, tako što se koriste samo parni ili samo neparni brojevi, ili neki treći izbor brojeva. Ovo je prekidno rastuće numerisanje događaja.

Pravilno rastuće numerisanje obezbeđuje se primenom poznatih pravila **Fulkersona**. Fulkersonova numeracija događaja se sastoji iz nekoliko pravila:

- 1) Početni događaj projekta numeriše se najnižim prirodnim brojem iz usvojenog niza (najčešći je slučaj 0 ili 1), a zatim se precrtaju, pri svojim krajevima, sve aktivnosti (strelice) koje izlaze iz tog događaja.
- 2) Narednim celim brojem numeriše se onaj događaj u kome se završavaju samo precrtane strelice aktivnosti kojima je taj događaj završni.
- 3) Sve aktivnosti koje počinju u novonumerisanom događaju precrtavaju se pri svojim krajevima.
- 4) Ukoliko se pri precrtavanju strelica pojave dva ili više događaja koji se mogu numerisati, naredni brojevi dodeljuju se događajima odozgo nadole (formalno, nije pogrešno i ako se ne postupi na ovaj način).
- 5) Koraci 2, 3 i 4 se ponavlja dok se ne izvrši numerisanje svih događaja u mrežnom dijagramu.

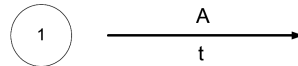
Nakon završenog numerisanja, pre nego što se pređe na sledeću fazu mrežnog planiranja, potrebno je kontrolisati pravilnost crtanja i numerisanja mrežnog dijagrama. Pravilno numerisanje omogućuje veoma efikasno otkrivanje petlji u mrežnom dijagramu.

**Primer 4.4.1.** Nacrtati mrežni dijagram za projekat čije su aktivnosti date u matrici međuzavisnosti aktivnosti, koja je prikazana u tabeli I-8, i obeležiti ga uzastopnim numerisanjem po Fulkersonovom pravilu. Simbol  $X$  na preseku vrste i kolone znači da aktivnost iz vrste prethodi aktivnosti iz kolone, odnosno da aktivnost navedena u koloni sledi aktivnost navedenu u vrsti.

Tabela I-8. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

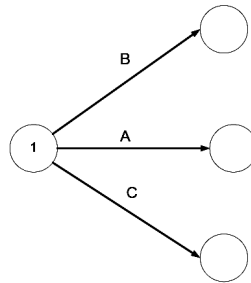
<i>Posmatrana aktivnost</i> <i>Predhodna aktivnost</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>A</i>				X	X
<i>B</i>				X	
<i>C</i>					X
<i>D</i>					
<i>E</i>					

**Rešenje.** Događaji na mrežnom dijagramu označeni su krugovima u kome je upisan broj događaja, dok su aktivnosti označene strelicama. Iznad strelice je naznačena oznaka (ime) aktivnosti a ispod strelice njena dužina trajanja, kao što je prikazano na slici I-27.



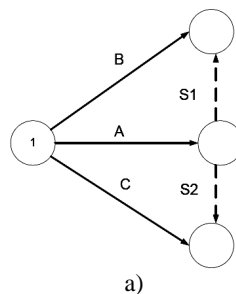
Slika I-27. Označavanje događaja i aktivnosti

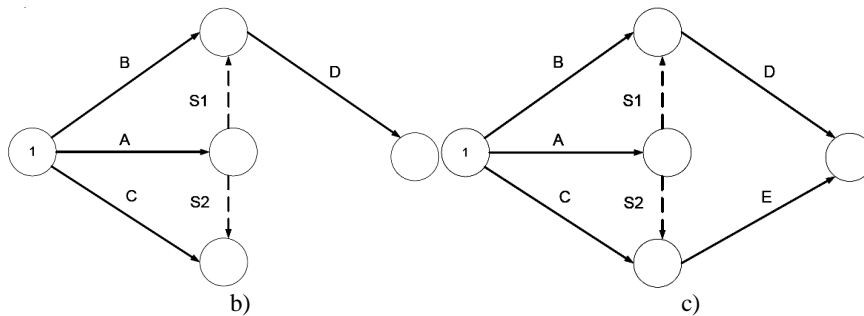
Za numerisanje događaja upotrebljeno je uzastopno numerisanje događaja po metodi Fulkersona, koje će biti objašnjeno na zadatom primeru. Međutim, prethodno je potrebno konstruisati mrežni dijagram zadatog primera. Očigledno je da aktivnosti A, B i C nemaju prethodne aktivnosti, pa se one mogu posmatrati kao početne aktivnosti koje izlaze iz prvog, početnog, numerisanog događaja (događaja 1), kao što je prikazano na slici I-28.



Slika I-28. Prvi korak konstrukcije mrežnog dijagrama

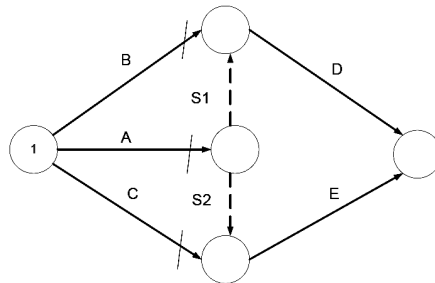
Aktivnost A prethodi dvema aktivnostima D i E. Zato je potrebno da se uvedu dve prividne (veštačke) aktivnosti  $S_1$  i  $S_2$ , kao što je prikazano na slici I-29 a). Obzirom da aktivnosti D prethode aktivnosti A i B, onda aktivnost D uvodimo iza događaja gde se završavaju obe aktivnosti. Aktivnost B se završava u pomenuti događaj direktno, a aktivnost A preko fiktivne (veštačke) aktivnosti  $S_1$ , kao što je prikazano na slici I-29 b). Prema tome, aktivnost E, kojoj prethodi aktivnost C i A, ucrtavamo iza događaja u kojoj se završavaju obe aktivnosti i C i A. Aktivnost B se završava u pomenuti događaj direktno, a aktivnost A preko veštačke aktivnosti  $S_2$ , kao što je prikazano na slici I-29 c).





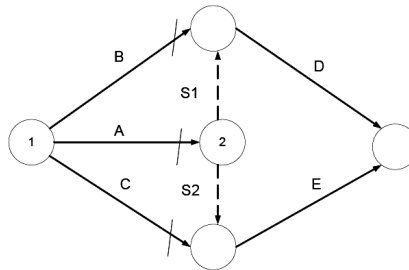
Slika I-29. Drugi, treći i četvrti korak u konstrukciji mrežnog dijagrama

Na ovaj način je mrežni dijagram posmatranog primera konstruisan. Sledeći korak je numerisanje događaj, primenom pravila Fulkersona. Iz skupa celih pozitivnih brojeva  $[1, n]$  najmanji se dodeljuje početnom događaju projekta. Tako je početnom događaju dodeljena vrednost 1. Zatim se obeležavaju sve aktivnosti koje izlaze iz numerisanog događaja (precrtavaju se strelice na njenom kraju), kao što je prikazano na slici I-30.



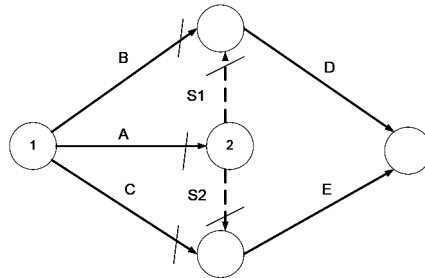
Slika I-30. Prvi korak u primeni pravila Fulkersona

Sada se mogu numerisati završni događaji precrtanih aktivnosti A, B i C. Završni događaji aktivnosti B i C nemaju pravo na numeraciju, jer u njih ulaze i neprecrtane (veštačke) aktivnosti  $S_1$  odnosno  $S_2$ . Jedini događaj koji može da se numeriše je događaj gde se završava aktivnost A, jer je time ispunjen uslov da su sve ulazne aktivnoszi precrtane, i njemu je dodeljen dboj 2, kao što je prikazano na slici I-31.



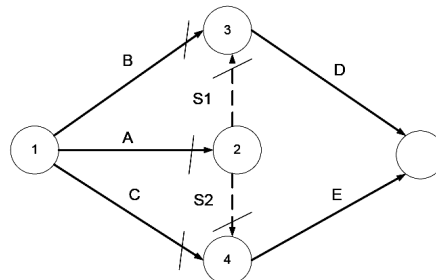
Slika I-31. Drugi korak u primeni pravila Fulkersona

U narednom koraku mogu se precrtati aktivnosti  $S_1$  i  $S_2$ , jer one izlaze iz novonumerisanog događaja 2, kao što je prikazano na slici I-32.



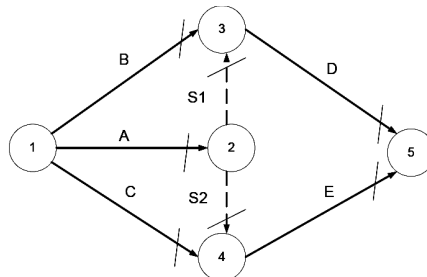
Slika I-32. Treći korak u primeni pravila Fulkersona

Sada je moguće numerisati završne događaje novoobeđenih aktivnosti  $S_1$  i  $S_2$ . To su završni događaji aktivnosti  $B$  i  $S_1$ , kao i aktivnosti  $C$  i  $S_2$ . Oba događaja su stekla pravo na numeraciju. Poželjno je da na mrežnom dijagramu brojevi događaja budu obeleženi s leva na desno i odozgo nadole. Zbog toga je događaj gde su završene aktivnosti  $B$  i  $S_1$  obeležen brojem 3, a događaj gde su završene aktivnosti  $C$  i  $S_2$  brojem 4, kao što je prikazano na slici I-33.



Slika I-33. Četvrti korak u primeni pravila Fulkersona

U završnom koraku je potrebno precrtati preostale aktivnosti  $D$  i  $E$ . Na taj način je završni događaj ispunio uslov da bude numerisan pa njemu dodeljujemo broj 5, kao što je prikazano na slici I-34.



Slika I-34. Peti korak u primeni pravila Fulkersona

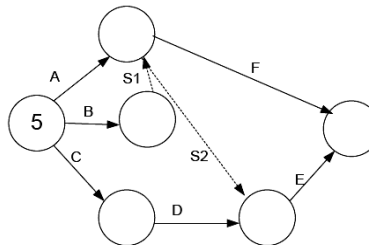
**Napomena.** Početni događaj u projektu prepoznaje se po tome što on nema ulaznih aktivnosti, već samo izlazne, to je u našem slučaju događaj 1. Nasuprot tome, u završnom događaju aktivnosti samo ulaze u njega a ne izlaze, u našem slučaju to je događaj 5. Početne aktivnosti u projektu nemaju simbol (X) u kolonama matrice međuzavisnosti aktivnosti, a to su u našem slučaju aktivnosti  $A, B$  i  $C$ . Završne aktivnosti projekta nemaju simbol (X) u redovima matrice, a to su u našem slučaju aktivnosti  $D$  i  $E$ .

**Primer 4.4.2.** Za matricu međuzavisnosti aktivnosti, datu tabelom I-9, konstruisati mrežni dijagram i numerisati ga pravilom Fulkersona sa rastućim numerisanjem. Upotrebiti neuzastopno rastuće numerisanje sa korakom preskoka jednakim 5.

Tabela I-9. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

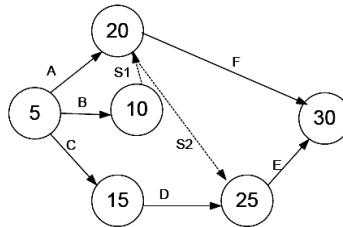
Posmatrana aktivnost Predhodna aktivnost	A	B	C	D	E	F
A					X	X
B						X
C				X		
D					X	
E						
F						

**Rešenje.** Mrežni dijagram razmatranog slučaja je dat na slici I-35.



Slika I-35. Mrežni dijagram za primer 4.4.2.

Kada se na mrežni dijagram, dat na slici I-35., primeni pravilo Fulkersona sa korakom preskoka 5, dobija se konačno numerisani mrežni dijagram prikazan na slici I-36.



Slika I-36. Konačni mrežni dijagram za primer 4.4.2.

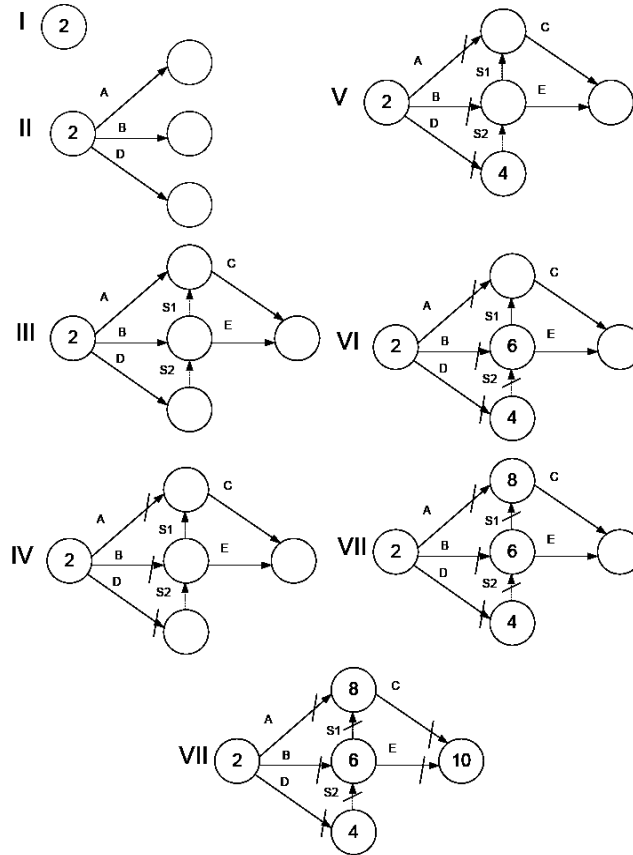
**Primer 4.4.3.** Konstruisati mrežni dijagram projekta čija je matrica međuzavisnosti aktivnosti u tabeli I-10. Upotrebiti rastuće numerisanje sa preskocima, i to samo parne brojeve [2;2n].

Tabela I-10. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Posmatrana aktivnost Predhodna aktivnost	A	B	C	D	E
A			X		
B			X		X
C				X	
D			X		X
E					



**Rešenje.** Na osnovu situacije definisane tabelom I-10, mogu se izdvojiti nekoliko faze u konstrukciji i numeraciji mrežnog dijagrama, kao što je prikazano na slici I-37.



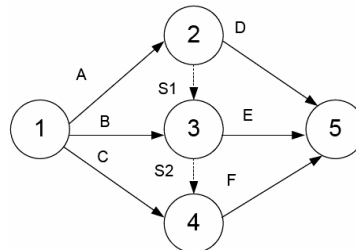
Slika I-37. Koraci u konstrukciji i numeraciji MD za primer 4.4.3.

**Primer 4.4.4.** Nacrtati mrežni dijagram projekta, čija je matrica međuzavisnosti aktivnosti data tabelom I-11. Izvršiti uzastopno rastuće numerisanje koristeći pravilo Fulkersona.

Tabela I-11. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

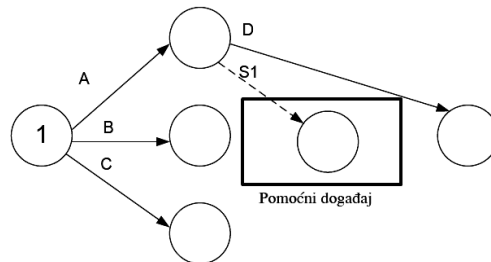
Posmatrana aktivnost Predhodna aktivnost	A	B	C	D	E	F
A				X	X	
B					X	X
C						X
D						
E						
F						

**Rešenje.** Ukoliko bi smo primenili logičko razmišljanje, kao i u prethodnim primerima, mogli bi smo da konstruišemo polazni mrežni dijagram kao na slici I-38, na kome su polazne aktivnosti A,B i C, dok su krajnje aktivnosti D,E i F.



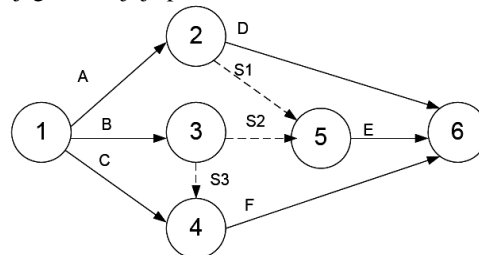
Slika I-38. Polazni MD za primer 4.4.4.

Međutim, rešenje na slici I-38. nije tačno. Na dijagramu je očigledno da aktivnosti *E* prethode aktivnosti *A* i *B* (što je i potrebno na osnovu I-11), međutim aktivnosti *F* prethode *A*, *B* i *C* a potrebno je da joj prethode samo *B* i *C*. Očigledno je da u ovom slučaju treba, na neki način, premestiti fiktivnu aktivnost *S*<sub>1</sub> koja dovodi aktivnost *A* kao prethodnu aktivnosti *F*. Ovaj problem se najlakše rešava tako što se uvodi pomoćni događaj, kao početni događaj aktivnosti *E*, kao što je prikazano na slici I-39.



Slika I-39. Transformacija MD za primer 4.4.4.

Sada je potrebno rasporediti aktivnosti *E* i *F*, prema matrici međuzavisnosti aktivnosti, što daje konačni mrežni dijagram, koji je prikazan na slici I-40.



Slika I-40. Konačan MD za primer 4.4.4.

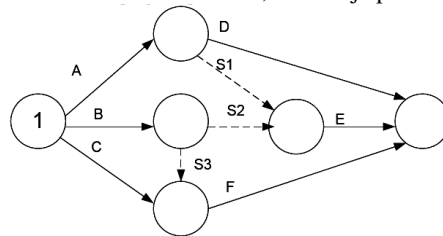
**Primer 4.4.5.** Naknadno je ustanovljeno da u projektu iz prethodnog zadatka (primer 4.4.4.) treba obaviti još dve aktivnosti (*G* i *H*), tako da prva od njih *G* može početi čim se završi aktivnost *C*, dok aktivnost *E* ne može početi pre završetka aktivnosti *G*. Aktivnost *H* može početi po završetku aktivnosti *G*, i od nje ne zavisi ni jedna aktivnost. Formirati novu matricu međuzavisnosti aktivnosti i novi mrežni dijagram koji oslikava novonastalu situaciju.

**Rešenje.** Dodavanjem novih aktivnosti, matrica međuzavisnosti aktivnosti izgleda kao što je prikazano u tabeli I-12.

Tabela I-12. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

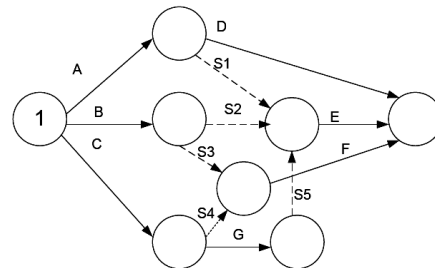
Posmatrana aktivnost Prethodna aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H
A				X	X			
B					X	X		
C						X	X	
D								
E								
F								
G					X			X
H								

Najpre se dijagram iz prethodnog primera, slika I-40, crta se bez numeracije pa se onda analizira gde je moguće umetnuti nove aktivnosti, kao što je prikazano na slici I-41.



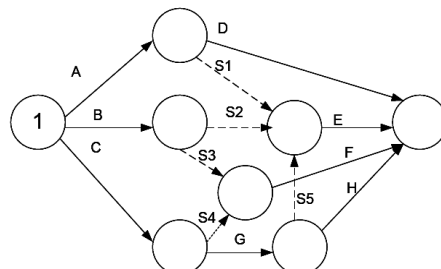
Slika I-41. Polazni MD za primer 4.4.5.

Obzirom da aktivnosti G prethodi aktivnost C, dok aktivnosti E prethodi aktivnost G, tako da aktivnost G treba dodati na sledeći način, kao što je prikazano na slici I-42.



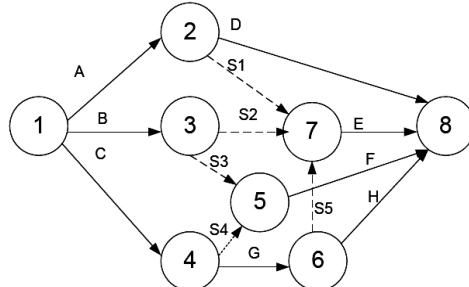
Slika I-42. Dodavanje aktivnosti G

Obzirom da aktivnosti H, prethodi aktivnost G, a da ona ne prethodi ni jednoj drugoj aktivnosti, onda je crtamo kao što je prikazano na slici I-43.



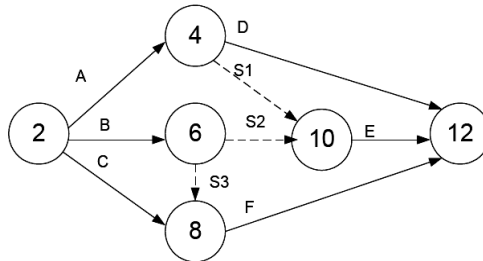
Slika I-43. Dodavanje aktivnosti H

Najzad, numerisani mrežni dijagram dat je na slici I-44.



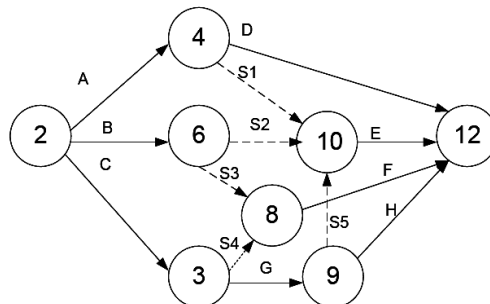
Slika I-44. Konačni mrežni dijagram za primer 4.4.5.

U razmatranom slučaju se može videti važnost numerisanja sa preskocima. Jer da je, na primer, polazni dijagram (slika I-41) bio numerisan sa preskocima, onda bi bilo moguće nacrtati nove aktivnosti bez promene numeracije polaznih događaja, uz samo dodavanje novih koji bi dobili numeraciju među već postojećim događajima. Ova tvrdnja je ilustrovana na istom primeru 4.4.5. Numeracija je izvršena sa preskocima, sa korakom preskoka 2, a početni mrežni dijagram je prikazan na slici I-45.



Slika I-45. Polazni MD za primer 4.4.5. - numerisanje sa preskocima

Konačni mrežni dijagram za primer 4.4.5. gde je upotrebljeno numerisanje sa preskocima sa korakom preskoka 2 je prikazan na slici I-46.



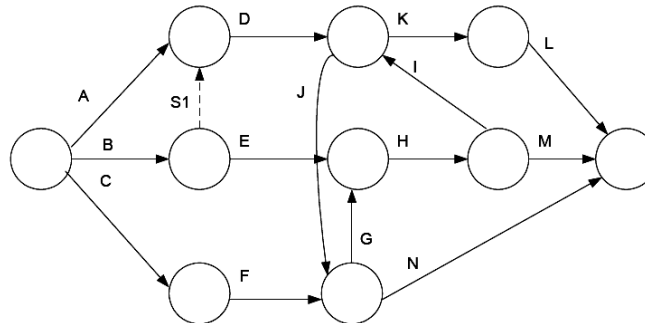
Slika I-46. Konačni MD za primer 4.4.5. uz numeraciju sa preskocima

**Primer 4.4.6.** Za matricu međuzavisnosti aktivnosti, datu tabelom I-13, nacrtati mrežni dijagram i numerisati ga uzastopnim rastućim numerisanjem pravilom Fulkersona.

Tabela I-13. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

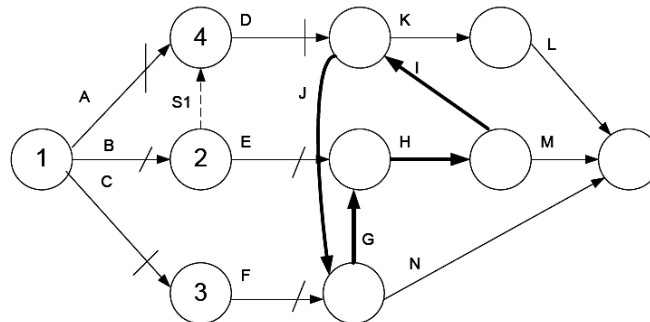
Posmatrana aktivnost Predhodna aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
A				X										
B				X	X									
C						X								
D									X	X				
E								X						
F							X							X
G								X						
H									X				X	
I										X	X			
J							X							X
K												X		
L													X	
M														X
N														

**Rešenje.** Na osnovu gornje matrice može se konstruisati mrežni dijagram kao na slici I-47.



Slika I-47. Mrežni dijagram za primer 4.4.6.

Sledi numeracija događaja primenom pravila Fulkersona: U prvom koraku dodeljuje se numeracija 1 početnom događaju projekta. U narednom koraku se obeležavaju (pri kraju strelice) sve aktivnosti koje izlaze iz numerisanog događaja (aktivnosti A, B i C). U trećem koraku se numeriše događaj 2 u koji ulazi obeležena aktivnost B i događaj 3 u koji ulazi aktivnost C. Sada je moguće obeležiti aktivnost S<sub>1</sub> jer izlazi iz numerisanog događaja 2, takođe i aktivnosti E i F. Sledeći korak je numeracija događaja 4 u koji ulaze aktivnosti A i S<sub>1</sub>. Potom je moguće obeležiti aktivnost D. Trenutna situacija je data na slici I-48.



Slika I-48. Polazni koraci u numeraciji za primer 4.4.6.

U pokušaju narednog obeležavanja aktivnosti i numeracije događaja, javlja se problem. Naime, događaj u koji ulazi obeležena aktivnost *D* ne može se numerisati, jer u njega ulazi i neobeležena aktivnost *I*. Isto važi i za događaj u koji ulazi aktivnost *E* kao i za događaj u koji ulazi aktivnost *F*, jer pored navedenih u njih ulaze i neobeležene aktivnosti.

Kako nema događaja koji su stekli pravo na numeraciju, to znači da se nemože do kraja numerisati ovaj mrežni dijagram, pravilom Fulkersona. Razlog za ovu činjenicu je taj što u mrežnom dijagramu postoji kružni put (*zatvorena petlja*), čije otkrivanje je i bio cilj ovog primera. Taj kružni put sačinjavaju aktivnosti *G-H-I-J-G*. Razmatrajući aktivnosti na kružnom putu dolazi se do zaključka da je aktivnost *G* ujedno i prethodna i naredna aktivnost aktivnostima *H-I-J*. Ovo je logički-tehnološki nemoguće, jer se svaki projekat vremenski mora odvijati unapred, tj. da svaka aktivnost mora imati svoj početak i kraj.

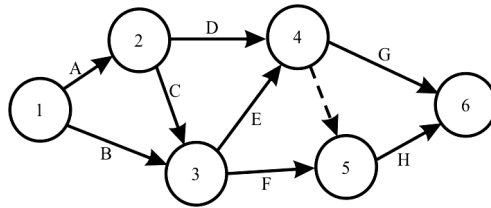
Kružni put se relativno lako može uočiti na jednostavnom mrežnom dijagramu, kao što je dijagram razmatran u ovom primeru. Teže je vizualno uočiti kružni put na većem mrežnom dijagramu. Na osnovu razmatranog dijagrama se uočava da je Fulkersonovo pravilo rastućeg numerisanja dobar alat za otkrivanje kružne putanje u mrežnom dijagramu.

**Primer 4.4.7.** Potrebno je konstruisati mrežni dijagram za primer međuzavisnosti aktivnosti koji je prikazan u tabeli I-14. Izvršiti numerisanje po Fulkersonu, pa nakon numerisanja predstaviti aktivnosti preko brojeva događaja?

Tabela I-14. Tabela međuzavisnosti aktivnosti

Predhodna aktivnost	Posmatrana aktivnost							
	A	B	C	D	E	F	G	H
A			X	X				
B					X	X		
C					X	X		
D							X	X
E							X	X
F								X
G								
H								

**Rešenje.** Konačni mrežni dijagram za ovaj primer, prikazan je na slici I-49.



Slika I-49. Mrežni dijagram za primer 4.4.7.

Nakon numerisanja događaja, može se sa navedenih naziva aktivnosti (A, B, C, ...) preći na njihovo označavanje preko brojeva događaja. Rešenje je prikazano u sledećoj formi:

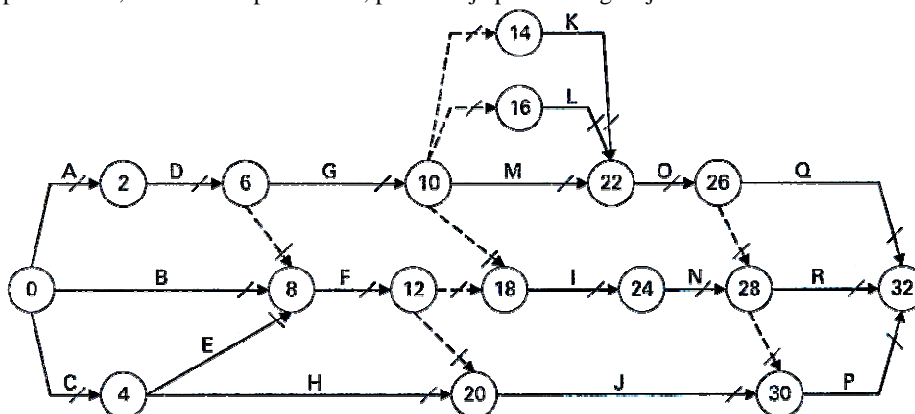
Aktivnosti: A, B, C, D, E, F, G, K  
 Nove oznake: A<sub>12</sub>, A<sub>13</sub>, A<sub>23</sub>, A<sub>24</sub>, A<sub>34</sub>, A<sub>35</sub>, A<sub>45</sub>, A<sub>56</sub>  
 Veštačka aktivnost: A<sub>45</sub>.

**Primer 4.4.8.** Primenom pravila za konstruisanje mrežnog dijagrama konstruisati mrežni dijagram za projekat čije su aktivnosti u međusobnoj zavisnosti kako je prikazano u tabeli I-15. Mrežni dijagram numerisati primenom Fulkersonovih pravila.

Tabela I-15. Matrica međuzavisnosti aktivnosti projekta

Aktivnost	Zavisí od	Aktivnost	Zavisí od
A	-	J	F,H
B	-	K	G
C	-	L	G
D	A	M	G
E	C	N	K,L,M,I
F	D,B,E	O	K,L,M
G	D	P	O,N,J
H	C	Q	O
I	G,F	R	N,O

**Rešenje:** Kada se međusobna zavisnost aktivnosti projekta data u tabeli I-15. grafički prikaže korišćenjem pravila za konstruisanje mrežnog dijagrama dobija se mrežni dijagram dat na slici I-50. Mrežni dijagram je konstruisan pomoću Fulkersonovih pravila sa preskocima, sa korakom preskoka 2, pri čemu je početni događaj označen sa 0.



Slika I-50. Mrežni dijagram za aktivnosti date u tabeli I-15

## 5. Analiza vremena

Analiza vremena obuhvata procenu i utvrđivanje vremena potrebnog za izvršenje pojedinih aktivnosti, kao i određivanje vremenskih parametara na osnovu kojih se može kontrolisati vremensko odvijanje projekta i uticati na održavanje rokova. Utvrđivanje vremena trajanja aktivnosti projekta u suštini predstavlja određivanje polaznih podataka s kojima će se dalje operisati pri izračunavanju određenih zaključaka i rukovođenju projektom. Precizno određivanje vremena trajanja aktivnosti uslovljeno je tačnim opisom predviđenih postupaka i potrebnih resursa za njeno izvršenje. Pri tome, treba uzeti u obzir broj radnika i njihovu kvalifikaciju, broj mašina i drugih pomoćnih sredstava, kao i način njihovog rada (prekovremeni rad, rad u smenama, korišćenje radne snage i sredstava izvan određene organizacije i slično).

Realnost i verodostojnost vremenskih podataka koji se odnose na procenu trajanja pojedinih aktivnosti je veoma važna, jer od toga u velikoj meri zavisi upotrebna vrednost TMP. Zbog toga te podatke moraju dati i proceniti najbolji poznavaoци dotičnih aktivnosti, po mogućnosti oni koji su na takvom radnom mestu, koji mogu da utiču na realizaciju i održavanje preuzetih obaveza.

Analiza vremena je druga faza u primeni mrežnog planiranja, i ona se izvodi, bez obzira po kojoj metodi, potpuno odvojeno od prethodne faze. Ipak, početak vremenske analize uslovljen je prethodnim izvršenjem analize strukture projekta.

Treba reći da, za razliku od analize strukture koja je jedinstvena i izvodi se na isti način za sve metode mrežnog planiranja, postoje znatne razlike u analizi vremena između CPM i PERT metoda. Te razlike su posebno značajne pri određivanju vremena trajanja aktivnosti. Ukoliko su vremena trajanja aktivnosti po svojoj prirodi determinističke veličine, analiza vremena sprovodi se prema metodi kritičnog puta (CPM), a ukoliko vremena trajanja nisu determinističke veličine već stohastičke prirode (trajanje aktivnosti je slučajna veličina) analiza se sprovodi metodom ocene i revizije programa (PERT).

### 5.1. Analiza vremena po CPM

Kod analize vremena u TMP gde je trajanje aktivnosti strogo determinisana veličina koristi se metoda kritičnog puta – CPM (*Critical Path Method*). Po ovoj metodi analiza vremena obuhvata nekoliko koraka:

- određivanje (procena) vremena trajanja aktivnosti;
- određivanje vremena zbivanja pojedinih događaja u mrežnom dijagramu, tj. proračun vremena napred-nazad (progresivni i retrogradni proračun);
- pronalaženje kritičnih aktivnosti i kritičnog puta u MD;
- određivanje vremenskih rezervi aktivnosti.



### 5.1.1. Određivanje vremena trajanja aktivnosti

U određivanju vremena trajanja aktivnosti, CPM metod podrazumeva jedinstvenu procenu vremena za bilo koju aktivnost. Polazi se od toga da je za svaku aktivnost moguće dovoljno precizno odrediti njeno trajanje, pa su to polazni podaci za izračunavanje novih vremenskih parametara za aktivnosti i za projekat. Vreme trajanja aktivnosti  $A_{ij}$  obeležava se sa  $t_{ij}$ , pri čemu indeks "i" označava broj početnog događaja, a indeks "j" broj završnog događaja aktivnosti. U jednom mrežnom dijagramu koristi se samo jedna vremenska jedinica (sat, dan, nedelja, mesec, ...) zavisno od problema i stepena detaljnosti prikazivanja aktivnosti.

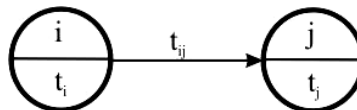
Za određivanje vremena trajanja aktivnosti potrebno je precizno opisati predviđeni postupak izvođenja aktivnosti, uzeti u obzir vrstu i broj radnika, mašina, pomoćnih sredstava, dužinu radnog vremena i druge relevantne faktore. Podaci o vremenima trajanja aktivnosti veoma su važni za dalji tok analize vremena i ukupnu efikasnost metoda mrežnog planiranja, pa se ovaj posao mora poveriti najboljim stručnjacima i poznavaocima odgovarajućih aktivnosti.

### 5.1.2. Proračun osnovnih vremenskih podataka

Iz ranijih izlaganja poznato je da događaj označava vremenski trenutak u kome može početi neka aktivnost, odnosno trenutak kada se ona završava. Ukoliko obeležimo sa:

- $t_i$  - trenutak zbijanja početnog događaja aktivnosti  $A_{ij}$ , a sa
- $t_j$  - trenutak zbijanja završnog događaja te aktivnosti,

onda za svaku aktivnost imamo vremenske parametre prikazane na slici I-51.



Slika I-51. Osnovni vremenski parametri aktivnosti projekta

gde je  $t_{ij}$  polazni podatak o vremenu trajanja aktivnosti  $A_{ij}$ , a  $t_j$  se određuje na osnovu relacije (1), kao:

$$t_j = t_i + t_{ij} \quad (1)$$

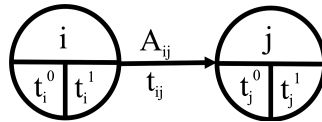
Podaci o vremenima zbijanja pojedinih događaja označavaju vremena početka, odnosno završetka pojedinih aktivnosti. Pored toga, treba imati u vidu da je u relaciji (1) svaki podatak o završetku neke aktivnosti ( $t_j$ ) istovremeno i podatak za početak naredne aktivnosti. Kako, međutim, trenutak početka neke aktivnosti ne mora biti jednak trenutku završetka prethodne aktivnosti, to ćemo za svaku aktivnost razlikovati najraniji početak i završetak aktivnosti, kao i najkasniji početak i završetak aktivnosti. Za ove vremenske pojmove uvodimo sledeće oznake:

- $t_i^0$  - najraniji (mogući) početak aktivnosti  $A_{ij}$ ,
- $t_i^1$  - najkasniji (dozvoljeni) početak aktivnosti  $A_{ij}$ ,

$t_j^0$  - najraniji (mogući) završetak aktivnosti  $A_{ij}$ ;

$t_j^1$  - najkasniji (dozvoljeni) završetak aktivnosti  $A_{ij}$ .

Sada se svaka aktivnost, sa njenim vremenskim podacima, može grafički predstaviti u mrežnom dijagramu na način, kao što je prikazano na slici I-52.



Slika I-52. Potpun prikaz vremenskih parametara aktivnosti projekta

Određivanje ovih vremenskih podataka predstavlja naredni korak izvođenja vremenske analize po CPM metodu.

Postupak izračunavanja ovih vremenskih podataka odvija se tako što se najpre odrede vremena najranijeg završetka i najranijeg početka aktivnosti. Taj postupak počinje od početnog događaja projekta i odvija se prema izvršenom numerisanju događaja. Za sve aktivnosti koje polaze iz početnog događaja 1 usvaja se da je vreme najranijeg početka  $t_1^0 = 0$ . Vreme najranijeg završetka aktivnosti  $A_{ij}$  dobija se sabiranjem vremena trajanja aktivnosti  $t_{ij}$  sa vremenom najranijeg početka  $t_i^0$ , kao što je prikazano relacijom (2).

$$t_j^0 = t_i^0 + t_{ij}. \quad (2)$$

Ako je neki događaj  $j$  završni događaj za više aktivnosti, pri čemu sve te aktivnosti nemaju isto trajanje, onda taj događaj može nastupiti tek posle završetka aktivnosti sa najdužim vremenom trajanja. U tom slučaju relaciju (2) treba prilagoditi i vreme najranijeg završetka aktivnosti odrediti prema relaciji (3).

$$t_j^0 = \max_i \{t_i^0 + t_{ij}\}, \quad (3)$$

pri čemu je:  $t_1^0 = 0, \quad i < j, \quad j=2, 3, \dots, n$

Kada se pomoću relacije (3) odredi i vreme nastupanja završnog događaja projekta, dobili smo podatak o najranije mogućem završetku projekta  $t_n^0$ . Ako je poznat planirani rok završetka celog projekta ( $T$ ), on će biti ostvaren jedino ako je:

$$t_n^0 \leq T \quad (4)$$

Ukoliko je  $t_n^0 > T$ , projekat ne može biti završen u planiranom roku, pa je potrebno izvršiti skraćivanje trajanja nekih aktivnosti dok se ne dostigne planirani rok.

Kada se izračuna vreme najranijeg mogućeg završetka projekta  $t_n^0$ , pri čemu ono zadovoljava uslov iz relacije (4), nema nikakvih razloga da to ne bude i vreme najkasnijeg završetka projekta, pa se uvodi da je:

$$t_n^0 = T = t_n^1,$$

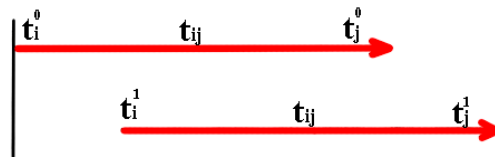
čime počinje postupak izračunavanja vremena najkasnijih početaka aktivnosti. Ovaj postupak teče suprotno od prethodnog. Polazi se od završnog događaja projekta i ide se prema početnom događaju. Vreme kada aktivnost  $A_{ij}$  najkasnije

mora početi da bi se završila do njenog najkasnijeg završetka dobija se kada se od vremena  $t_j^1$  najkasnijeg završetka te aktivnosti oduzme vreme njenog trajanja  $t_{ij}$ :

$$t_i^1 = \min_j \{t_j^1 - t_{ij}\}, \quad (5)$$

pri čemu je:  $t_n^1 = t_n^0 = T$ ,  $i < j$ ,  $i = n-1, n-2, \dots, 1$ ,  $t_1^1 = t_1^0 = 0$ .

Na ovaj način smo za svaku aktivnost, pored polaznog podatka o vremenu njenog trajanja, definisali i odredili još četiri vremenska podatka. Svi ovi podaci mogu se grafički predstaviti, kao što je to prikazano na slici I-53.



Slika I-53. Grafičko predstavljanje vremenskih podataka

Može se lako zaključiti da se izvršenje bilo koje aktivnosti može pomerati samo u razmaku između najranijeg početka  $t_i^0$  i najkasnijeg završetka aktivnosti  $t_j^1$ . Taj razmak predstavlja novi vremenski podatak vezan za aktivnost i naziva se *raspoloživo vreme trajanja* ili *maksimalno dozvoljeno vreme trajanje aktivnosti*.

Sam postupak računanja vremenskih podataka može se obaviti na više načina. Najčešće se koriste proračun vremena pomoću mrežnog dijagrama i proračun vremena pomoću matrice osnovnih podataka.

### Proračun vremena pomoću mrežnog dijagrama

Ovaj proračun vrši se na samom mrežnom dijagramu korišćenjem relacija (3) i (5). Proračun se odvija u dve faze. Najpre se, postupkom “napred”, izračunavaju podaci za najranije početke (odnosno najranije završetke) aktivnosti. Postupak se ilustruje u sledećem primeru.

**Primer 5.1.2.1.** Ukoliko je spisak aktivnosti i njihova međusaobna zavisnost, kao i trajanje, dat u tabeli I-16, konstruisati matricu međuzavisnosti aktivnosti i mrežni dijagram a potom izvršiti analizu vremena projekta po CPM metodi.

Tabela I-16. Lista međuzavisnosti aktivnosti sa njihovim dužinama trajanja

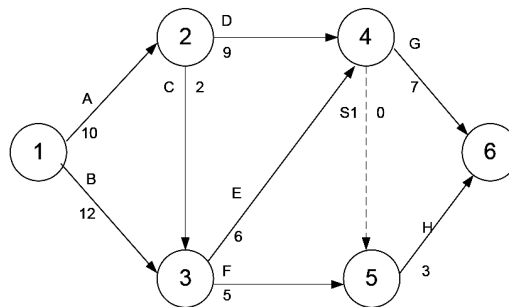
Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	—	—	A	A	B, C	B, C	D, E	D, E, F
Trajanje aktivnosti (dan)	10	12	2	9	6	5	7	3

**Rešenje.** Na osnovu tablele I-16 moguće je konstruisati matricu međuzavisnosti aktivnosti, kao što je prikazano u tabeli I-17.

Tabela I-17. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Posmatrana aktivnost Predhodna aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H
A			X	X				
B					X	X		
C					X	X		
D							X	X
E							X	X
F								X
G								
H								
Trajanje aktivnosti (dan)	10	12	2	9	6	5	7	3

Na osnovu prethodne tabele moguće je konstruisati mrežni dijagram koji je prikazan na slici I-54.



Slika I-54. Početni MD za primer 5.1.2.1.1.

Sledeći korak je analiza vremena projekta. Postupak se odvija na sledeći način:

- *Određivanje najranijeg početka aktivnosti*

Koristeći jednačinu (3) moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$\begin{aligned}
 t_1^0 &= 0 \\
 t_2^0 &= \max(t_1^0 + t_{12}) = 0 + 10 = 10 \\
 t_3^0 &= \max[(t_1^0 + t_{13}); (t_2^0 + t_{23})] = \max[(0 + 12); (10 + 2)] = \max(12, 12) = 12 \\
 t_4^0 &= \max[(t_2^0 + t_{24}); (t_3^0 + t_{34})] = \max[(10 + 9); (12 + 6)] = \max(19, 18) = 19 \\
 t_5^0 &= \max[(t_4^0 + t_{45}); (t_3^0 + t_{35})] = \max[(19 + 0); (12 + 5)] = \max(19, 17) = 19 \\
 t_6^0 &= \max[(t_4^0 + t_{46}); (t_5^0 + t_{56})] = \max[(19 + 7); (19 + 3)] = \max(26, 22) = 26
 \end{aligned}$$

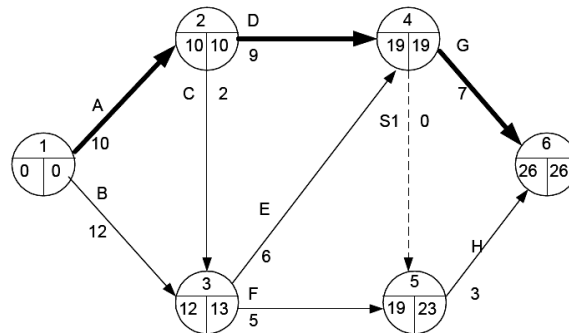
Prema tome, vreme najranijeg mogućeg završetka projekta je  $t_n^0 = t_6^0 = 26$  dana. Usvajamo da je to i vreme najkasnije dozvoljenog završetka, odnosno  $t_6^0 = t_6^1 = 26$ .

- *Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti*

Koristeći jednačinu (5) moguće je izvršiti sledeći proračun:

$$\begin{aligned}
 t_5^1 &= \min[(t_6^1 - t_{56})] = \min[(26 - 3)] = 23 \\
 t_4^1 &= \min[(t_6^1 - t_{46}); (t_5^1 - t_{54})] = \min[(26 - 7); (23 - 0)] = 19 \\
 t_3^1 &= \min[(t_4^1 - t_{34}); (t_5^1 - t_{53})] = \min[(19 - 6); (23 - 5)] = 13 \\
 t_2^1 &= \min[(t_4^1 - t_{24}); (t_3^1 - t_{32})] = \min[(19 - 9); (13 - 2)] = 10 \\
 t_1^1 &= \min[(t_2^1 - t_{12}); (t_3^1 - t_{13})] = \min[(10 - 10); (13 - 12)] = 0
 \end{aligned}$$

Na ovaj način završena analiza vremena unosi se u mrežni dijagram na način koji je prikazan na slici I-55.



Slika I-55. Konačni MD za primer 5.1.2.1.1.

### 5.1.2.2. Proračun vremena pomoću matrice

Ovaj postupak proračuna vremena izvodi se nezavisno od mrežnog dijagrama, što može biti prednost u odnosu na prethodni postupak kod komplikovanih mrežnih dijagrama sa dosta isprepletenim aktivnostima. Ipak, i za ovaj postupak mora se prethodno konstruisati mrežni dijagram i izvršiti numerisanje svih događaja. Matrica u kojoj se vrši proračun vremena je kvadratna i ima onoliko redova i kolona koliko u mrežnom dijagramu ima događaja. Aktivnosti se u matrici posmatraju preko događaja, pri čemu redovi matrice imaju značenje početnog događaja, a kolone završnog događaja aktivnosti. Proračun vremenskih podataka pomoću matrice ilustrovaćemo na primeru 5.1.2.1.1., projekta iz tabele I-17. Na osnovu te tabele i odgovarajućeg mrežnog dijagrama sačinjena je tabela I-18., koja sadrži sve potrebne podatke za proračun.

Tabela I-18. Matrica za proračun vremena

$t_i^0$	$i$	$j$	1	2	3	4	5	6
	1			10	12			
	2				2	9		
	3					6	5	
	4						0	7
	5							3
	6							
$t_j^1$								

Podatak o trajanju aktivnosti unosi se u odgovarajuće polje matrice. Tako, npr., aktivnost D traje 9 dana i ima oznaku  $A_{24}$ , pa je u matrici u preseku drugog reda (broj početnog događaja aktivnosti D) i četvrte kolone (broj završnog događaja aktivnosti D) upisan podatak o trajanju ove aktivnosti. Dijagonalna polja u matrici označena plavom bojom (polja kod kojih je  $i=j$ ) imaju kontrolni značaj: najpre, obezbeđuje da ni jedan događaj u mrežnom dijagramu ne može doći u neki odnos

sam sa sobom i, drugo, svi podaci o trajanju aktivnosti moraju doći iznad ovih polja. Ukoliko neki podatak dođe ispod dijagonalnih polja, to je siguran znak da numerisanje događaja u mrežnom dijagramu nije izvršeno ispravno, tj. da ima aktivnosti kod kojih je  $i > j$ .

Proračun podataka se ne razlikuje mnogo od proračuna na mrežnom dijagramu. I ovaj proračun odvija se kroz dve faze. Najpre se, slično postupku “napred”, izračunavaju najraniji počeci aktivnosti  $t_i^0$  i to postupno - polazeći od početnog događaja projekta sve do završnog događaja. Tabela I-19 sadrži podatke o najranijim počecima aktivnosti (prva kolona tabele).

Na osnovu poznatih vremena trajanja aktivnosti izračunata su vremena najranijih početaka na sledeći način:

- 1) vreme početka projekta je  $t_1^0 = 0$ ,
- 2) najranije vreme početka naredne aktivnosti odgovara najranijem vremenu završetka prethodne aktivnosti.

Pri tome, kolone pokazuju koje sve aktivnosti moraju biti završene da bi se postigao  $i$ -ti događaj. Tako, na primer,

- 1) za događaj 2 mora biti završena samo aktivnost  $A_{12}$ , pa je:

$$t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 10 = 10 ;$$

- 2) za događaj 4 moraju biti završene aktivnosti  $A_{24}$  i  $A_{34}$ , pa je:

$$t_4^0 = \max\{(t_2^0 + t_{24}), (t_3^0 + t_{34})\} = \max\{(10 + 9), (12 + 6)\} = \max\{19, 18\} = 19.$$

Posmatrani događaj 4 će nastupiti tek pošto se završi aktivnost sa najkasnijim završetkom, pa zato za vreme nastupanja tog događaja usvajamo najveće vreme.

Tabela I-19. Proračun vremena postupkom “napred”

$t_i^0$	$i$	$j$	1	2	3	4	5	6
0	1			10	12			
10	2				2	9		
12	3					6	5	
19	4						0	7
19	5							3
26	6							
$t_j^1$								26

Potrebno je istaći da se ovaj proračun odvija u samoj tabeli (matrici). Polazi se od vremena nastupanja početnog događaja, dodaje mu se vreme trajanja aktivnosti iz odgovarajuće kolone, spustimo se do dijagonalnog polja i podatak upišemo u odgovarajući red.

Druga faza matričnog postupka odgovara postupku “nazad” i obuhvata proračun vremena najkasnijih završetaka svake aktivnosti  $t_j^1$ , što odgovara vremenima

najkasnijeg odigravanja završnih događaja aktivnosti. I ovde je određeno najranije vreme završetka projekta  $t_n^0 = t_6^0 = 26$ . U tabeli I-19 to je naznačeno strelicom i prenosom odgovarajućeg podatka u poslednji red. Proračun se sada odvija od završnog događaja prema početnom događaju projekta i on je dat u tabeli I-20.

Tabela I-20. Proračun vremena postupkom "nazad"

$t_i^0$	$i$	$j$	1	2	3	4	5	6
0	1			10	12			
10	2				2	9		
12	3					6	5	
19	4						0	7
19	5							3
26	6							
$t_j^1$			0	10	13	19	23	26

Ovde se polazi od najkasnijeg vremena nastupanja završnog događaja, od njega se oduzme vreme trajanja aktivnosti koje se završavaju u završnom događaju i dobije se vreme najkasnijeg završetka prethodnih aktivnosti. Tako, npr.,

3) najkasnije vreme događaja 5 je:

$$t_5^1 = t_6^1 - t_{56} = 26 - 3 = 23,$$

4) a događaja 4:

$$t_4^1 = \min\{(t_6^1 - t_{46}), (t_5^1 - t_{45})\} = \min\{(26-7), (23-0)\} = \min\{19, 23\} = 19.$$

#### Napomena:

- obračun druge faze može se, takođe, odvijati u okviru same matrice, a prema toku koji pokazuju strelice u tabeli I-20.;
- proračun i prve i druge faze vrši se u jednoj tabeli (matrici). Ovde su, samo radi preglednosti, ove dve faze prikazane odvojeno.
- ukoliko se uporede ova dva načina proračuna vremena, zaključuje se da je proračun pomoću mrežnog dijagrama pregledniji i brži, posebno kada se radi o većim mrežnim dijagramima. Ovaj način se redovno koristi u praksi (naravno, tamo gde nema računara za mašinski proračun).

### 5.1.3. Određivanje kritičnog puta

Narednu i veoma značajnu fazu u analizi vremena predstavlja određivanje kritičnog puta u mrežnom dijagramu. Put sačinjavaju istosmerne aktivnosti kod kojih se završni događaj svake aktivnosti poklapa sa početnim događajem naredne aktivnosti. Ispravno sastavljen mrežni dijagram mora omogućiti da se od ma kog događaja do završnog događaja dođe bar jednim putem. Od početnog do završnog događaja projekta u mrežnom dijagramu može postojati više puteva. Ako su poznata vremena trajanja svih aktivnosti, onda zbir trajanja aktivnosti koje leže na jednom putu predstavlja vremensko trajanje tog puta.

Put koji ima najveću dužinu trajanja od početnog do završnog događaja projekta naziva se **kritičnim putem**. U mrežnom dijagramu može postojati jedan ili više kritičnih puteva, pri čemu i veštačke aktivnosti mogu pripadati kritičnom putu. Kritični put, kao najduži put mrežnog dijagrama, predstavlja najduže vreme za koje se može realizovati ceo projekat.

Sve aktivnosti koje se nalaze na kritičnom putu nazivaju se **kritičnim aktivnostima**. Najvažnija osobina kritičnih aktivnosti je u tome da svako prekoračenje njihovog trajanja dovodi do prekoračenja (produženja) krajnjeg roka završetka celokupnog projekta. Zbog toga kritične aktivnosti imaju odlučujuću ulogu pri praćenju izvršenja projekta. Dovoljno je (za viši nivo rukovođenja) pratiti realizaciju kritičnih aktivnosti i, ako se one odvijaju prema planiranom vremenu, neće doći do kašnjenja sa konačnim završavanjem projekta. Takođe, kod eventualnog skraćivanja trajanja projekta svu pažnju treba koncentrisati na mere za skraćenje trajanja kritičnih aktivnosti. Zato se kritičnim aktivnostima uvek mora posvetiti posebna pažnja; one ukazuju na potencijalne teškoće u toku realizacije projekta.

Pored kritičnih puteva, u mrežnom dijagramu mogu postojati i **subkritični putevi**. Ovi putevi imaju malu vremensku rezervu u odnosu na kritični put, pa veoma lako mogu postati kritični.

Kritični put se posebno označava u mrežnom dijagramu da bi se lakše razlikovao od ostalih puteva (duplim ili zadebljanim strelicama, ili strelicama u boji). Pronalaženje kritičnog puta može se izvršiti na samom mrežnom dijagramu, ili u matrici za izračunavanje osnovnih vremenskih parametara. Ovde je prikazano određivanje kritičnog puta na samom mrežnom dijagramu. Pre svega, kritični put ide samo preko kritičnih događaja i kritičnih aktivnosti. Kritični događaji imaju jednaka najranija i najkasnija vremena odigravanja, tj. važi da je:

$$t_i^0 = t_i^1 \quad \text{i} \quad t_j^0 = t_j^1 \quad (6)$$

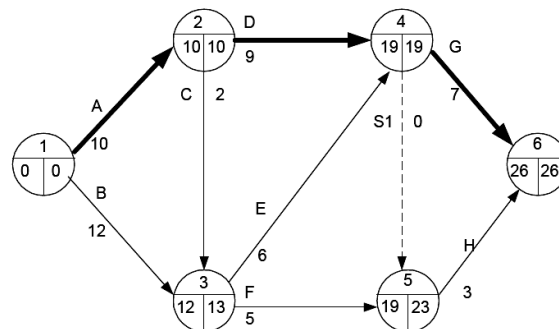
Kritične aktivnosti, sem toga što spajaju dva kritična događaja, ispunjavaju još jedan uslov: vreme trajanja ovih aktivnosti jednako je njihovom maksimalno dozvoljenom trajanju, tj. važi da je:

$$t_j^1 - t_i^0 = t_{ij} \equiv t_j^1 - t_i^0 - t_{ij} = 0 \quad (7)$$

Za mrežni dijagram, za primer 5.1.2.1.1., kritični put je posebno označen (podebljane crne strelice), kao što je prikazano na slici I-56. Uočavamo da on ide preko kritičnih aktivnosti:  $A_{12}$  ( $A$ ),  $A_{24}$  ( $D$ ) i  $A_{46}$  ( $G$ ).

Zbir vremena potrebnih za izvršenje kritičnih aktivnosti na kritičnom putu ( $t_{12} + t_{24} + t_{46} = 10 + 9 + 7 = 26$ ) predstavlja najduže vreme potrebno za izvršenje celog projekta.





Slika I-56. Označavanje kritičnog puta za primer 5.1.2.1.

### 5.1.4. Određivanje vremenskih rezervi

Aktivnosti, kod kojih je maksimalno dozvoljeno vreme trajanja  $t_j^1 - t_i^0$  veće od njihovog vremena trajanja  $t_{ij}$ , imaju određenu vremensku rezervu za njihovo izvršenje. To su nekritične aktivnosti. Podatak o vremenskim rezervama aktivnosti ima poseban praktičan značaj u tehnici mrežnog planiranja. On pokazuje za koliko vremenskih jedinica može biti odložen početak pojedinih aktivnosti a da to ne utiče na konačni rok završetka celog projekta. Ovaj podatak je veoma značajan i za planiranje korišćenja kapaciteta ograničenih resursa tokom realizacije projekta.

U zavisnosti od položaja posmatrane aktivnosti prema aktivnostima koje joj neposredno prethode i koje neposredno slede, razlikujemo nekoliko vrsta vremenskih rezervi.

- **Ukupna vremenska rezerva** aktivnosti ( $R_{ij}^U$ ) određuje se tako što od maksimalno dozvoljenog vremena trajanja aktivnosti oduzmemo vreme trajanja te aktivnosti, tj.

$$\Delta u_{ij} = R_{ij}^U = t_j^1 - t_i^0 - t_{ij} \quad (8)$$

Ukupna vremenska rezerva pokazuje za koliko možemo pomeriti vreme najranijeg početka aktivnosti, a da pri tome krajnji rok završetka projekta ne bude pomeren.

- **Slobodna vremenska rezerva** ( $R_{ij}^S$ ) pokazuje za koliko možemo produžiti trajanje aktivnosti  $A_{ij}$ , ili pomeriti njen najraniji početak, pa da sve naredne aktivnosti zadrže najranije vreme početka. Ovu vremensku rezervu mogu imati samo aktivnosti kod kojih završni događaj  $A_j$  zavisi od završetka više aktivnosti. Slobodnu vremensku rezervu izračunavamo prema izrazu:

$$\Delta s_{ij} = R_{ij}^S = t_j^0 - t_i^0 - t_{ij} \quad (9)$$

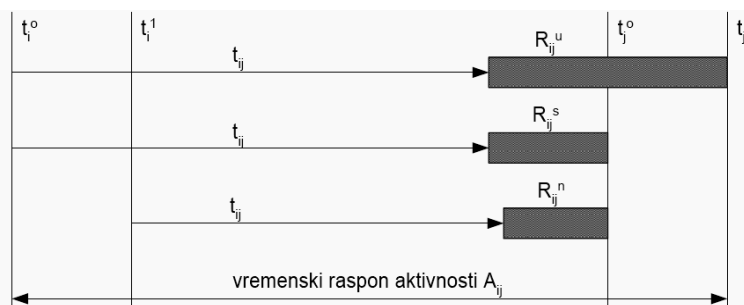
- **Nezavisna vremenska rezerva** ( $R_{ij}^N$ ) pokazuje za koliko se može pomeriti izvršenje neke aktivnosti i pored toga što je događaj  $i$  dostignut u najkasnijem dozvoljenom vremenu, pa da to ne utiče na najraniji početak narednih aktivnosti. Ona se izračunava preko sledećeg izraza:

$$\Delta n_{ij} = R_{ij}^N = t_j^0 - t_i^1 - t_{ij} \quad (10)$$

**Napomena:**

- Prema izrazu (10) uočavamo da nezavisna vremenska rezerva može uzeti i negativnu vrednost. Međutim, u praksi su važne samo pozitivne nezavisne rezerve, pa se u ovakvim slučajevima uzima da je ona jednaka nuli.
- U praksi se redovno koriste podaci o ukupnoj vremenskoj rezervi, pa se ona obavezno izračunava za sve nekritične aktivnosti. Često se koriste i podaci o slobodnoj vremenskoj rezervi. Iskorišćavanje ove vremenske rezerve ne utiče na vremenske parametre narednih aktivnosti.
- Za potrebe analize u planiranju i upravljanju najvažnije su ukupne vremenske rezerve i vremenske rezerve u događajima.

Grafičko predstavljanje vremenskih rezervi prikazano je na slici I-57.



Slika I-57. Grafičko predstavljanje vremenskih rezervi

Pored vremenskih rezervi aktivnosti mogu se utvrditi i vremenske rezerve događaja ( $R_i$  i  $R_j$ ) i vremenske rezerve puteva u mrežnom dijagramu ( $R_p$ ).

- o **Vremenska rezerva događaja ( $R_i$  i  $R_j$ )** određuje se kao razlika između najkasnijeg i najranijeg vremena nastupanja datog događaja, pa se pojavljuje:

- **vremenska rezerva početnog događaja**, koja se izračunava kao:

$$R_i = t_i^1 - t_i^0 \quad (11)$$

- **vremenska rezerva završnog događaja**, koja se izračunava kao:

$$R_j = t_j^1 - t_j^0 \quad (12)$$

**Napomena:** Vremenske rezerve imaju događaji koji pripadaju samo nekritičnim aktivnostima.

- o **Vremenska rezerva nekritičnog puta ( $R_p$ )**. Kako je dužina trajanja kritičnog puta veća od dužine bilo kog drugog puta mrežnog dijagrama, to svi nekritični putevi imaju vremensku rezervu. Vremenska rezerva nekritičnog puta ( $R_p$ ) predstavlja razliku između trajanja kritičnog puta ( $t_n$ ) i dužine trajanja posmatranog nekritičnog puta ( $t_p$ ), pa je

$$R_p = t_n - t_p \quad (13)$$

Vremenska rezerva nekritičnog puta pokazuje za koliko vremenskih jedinica ukupno može biti povećano trajanje jedne ili više nekritičnih aktivnosti sa tog puta, pa da zbog toga ne dođe do pomeranja roka završetka celog projekta.

**Primer 5.1.4.1.** U tabeli I-21 dat je spisak aktivnosti, njihova međuzavisnost i vremena trajanja.

Tabela I-21. Strukturna tabela

Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	/	/	B	B	D	D	A,C,F	A,C,F
Trajanje aktivnosti (dani)	20	7	12	10	15	9	5	10

Uraditi:

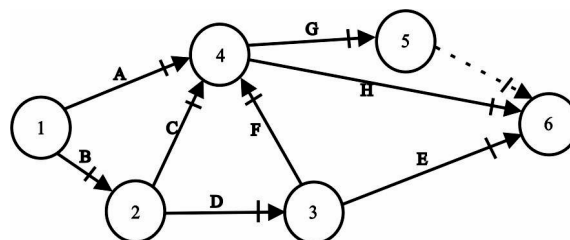
- konstruisati mrežni dijagram i numerisati događaje Fulkersonovim pravilom,
- izvršiti analizu vremena po CPM metodi (odrediti vreme završetka projekta i kritični put),

**Rešavanje:** Za crtanje mrežnog dijagrama pogodnije je da se vremenska zavisnost aktivnosti prikaže pomoću kvadratne table međusobnih odnosa, kao što je prikazano tabelom I-22.

Tabela I-22. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Prethodna aktivnost	Posmatrana aktivnost							
	A	B	C	D	E	F	G	H
A							x	x
B			x	x				
C							x	x
D					x	x		
E								
F							x	x
G								
H								
<b>Trajanje aktivnosti (dani)</b>	<b>20</b>	<b>7</b>	<b>12</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>10</b>

- Na osnovu table međusobnih odnosa i pravila za crtanje mrežnog dijagrama, predstavljen je mrežni dijagram projekta i izvršeno je numerisanje događaja prema pravilu Fulkersona, kao što je prikazano na slici I-58.



Slika I-58. Konstruisanje MD i obeležavanje događaja Fulkersonovim pravilom

Analiza vremena je izvršena u tri koraka a mrežni dijagram prikazan na slici I-59.

**Korak 1.** Ova analiza počinje izračunavanjem vremena najranijeg završetka pojedinih aktivnosti prema obrascu:

$$t_j^0 = \max_i \{ t_i^0 + t_{ij} \},$$

pri čemu je:  $t_1^0 = 0, i < j, j = 2, 3, \dots, n.$

Ova vremena su upisana u levim delovima krugova (događaja) mrežnog dijagrama. Na ovaj način se određuje vreme najranijeg završetka projekta:

$$t_n^1 = t_n^0 = t_6^1 = t_6^0 = 36 \text{ dana}$$

**Korak 2.** U drugom koraku analize vremena, određuju se vremena najkasnijih početaka aktivnosti, prema izrazu:

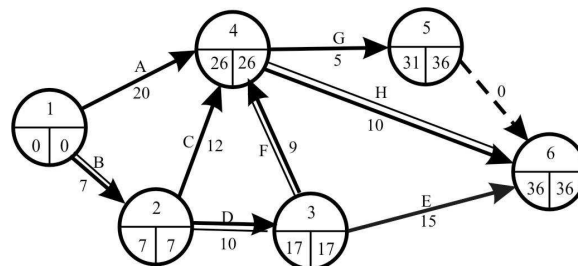
$$t_i^1 = \min_j \{ t_j^1 - t_{ij} \},$$

pri čemu je:  $i = n-1, n-2, \dots, 1.$

Ova vremena su upisana u desne delove krugova (događaja) mrežnog dijagrama. U gornjim delovima krugova upisani su brojevi događaja iz prethodnog MD sa slike I-58.

**Korak 3.** Treći korak u analizi vremena jeste određivanje kritičnog puta. Kritični put je određen kritičnim događajima, kod kojih je  $t_i^0 = t_i^1$ , odnosno  $t_j^0 = t_j^1$ . Kritične aktivnosti moraju da ispune još jedan uslov, da njihova ukupna vremenska rezerva bude jednaka nuli:

$$t_j^1 - t_i^0 - t_{ij} = 0.$$



Slika I-59. Proračun vremena po metodi CPM

Na mrežnom dijagramu sa slike I-59. kritični put i kritične aktivnosti posebno označeni duplim strelicama. Na ovom dijagramu kritični put čine sledeće kritične aktivnosti:  $A_{12}$  (**B**),  $A_{23}$  (**D**),  $A_{34}$  (**F**),  $A_{46}$  (**H**). Zbir vremena potrebnog za izvršenje kritičnih aktivnosti predstavlja najduže vreme potrebno za izvršenje celog projekta:

$$t_{12} + t_{23} + t_{34} + t_{46} = 7 + 10 + 9 + 10 = 36 \text{ dana.}$$

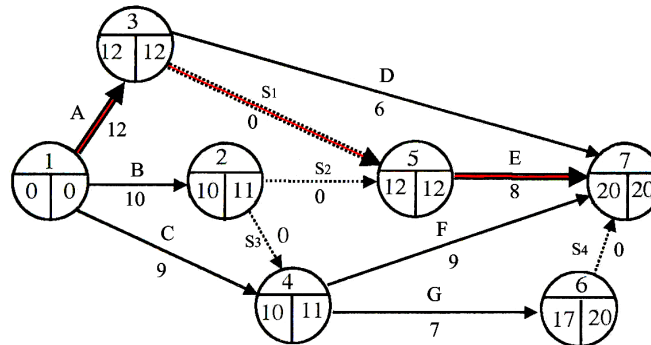
**Napomena:** Analiza strukture sa numerisanjem događaja i analiza vremena mogu se izvršiti na istom mrežnom dijagramu.

**Primer 5.1.4.2.** U tabeli I-23 za projekat je data strukturalna tabela sa aktivnostima, njihovim međusobnim zavisnostima i vremenima trajanja. Potrebno je postaviti mrežni dijagram, odrediti kritični put i najkraće vreme za koje se može realizovati projekat.

Tabela I-23. Strukturna tabela

Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G
Predhodna aktivnost	-	-	-	A	A,B	B,C	B,C
Trajanje aktivnosti (dani)	12	10	9	6	8	9	7

**Rešavanje:** Mrežni dijagram je dat na slici I-60. Na njemu je kritični put naznačen crvenim strelicama.



Slika I-60. Konačni mrežni dijagram za primer 5.1.4.2.

Karakteristično za ovaj problem je da se zavisnost aktivnosti E od aktivnosti A i B može pravilno prikazati samo ako se uvede poseban događaj za početni događaj aktivnosti E. U taj događaj moraju da uđu dve veštačke aktivnosti. Naime, aktivnost A “sama” prethodi aktivnosti D, a i zajedno sa B prethodi aktivnosti E. Takođe, aktivnost B zajedno sa aktivnošću C prethodi aktivnostima F i G. Pored toga, u ovom primeru su se pojavile i dve paralelne aktivnosti: F i G. Kako se ne može dozvoliti da im budu isti i početni i završni događaj, uvedena je veštačka aktivnost.

Kritični put sačinjavaju kritične aktivnosti koje spajaju kritične događaje (događaji koji nemaju vremenskih rezervi), a to su : **A – S<sub>1</sub> – E**.

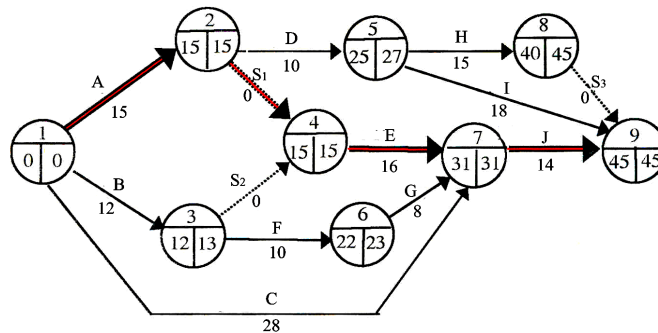
Najkraće vreme, tj. najduži put u mrežnom dijagramu (kritični put), za koje se može realizovati projekat iznosi **20** dana.

**Primer 5.1.4.3.** U tabeli I-24 za projekat je data strukturna tabela sa aktivnostima, njihovim međusobnim zavisnostima i vremenima trajanja. Potrebno je postaviti mrežni dijagram, odrediti kritični put i najkraće vreme za koje se može realizovati projekat.

Tabela I-24. Strukturna tabela

Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Predhodna aktivnost	-	-	-	A	A,B	B	F	D	D	C,E,G
Trajanje aktivnosti (dani)	15	12	28	10	16	10	8	15	18	14

**Rešavanje:** Mrežni dijagram je dat na slici I-61. Na istom mrežnom dijagramu je izvršeno i numerisanje događaja po Fulkersonovoj numeraciji i naznačen kritični put, koji je obojen crvenim strelicama.



Slika I-61. Mrežni dijagram urađen po CPM

Kritični put sačinjavaju aktivnosti koje spajaju kritične događaje (događaji koji nemaju vremenskih rezervi), a to su: **A – S<sub>1</sub> – E – J**. Najkraće vreme za koje se može realizovati projekat iznosi **45** dana.

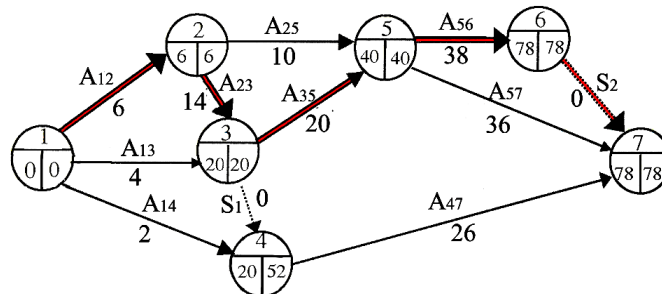
**Primer 5.1.4.4.** Date su realne aktivnosti u mrežnom planiranju  $A_{ij}$  i to:  $A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{23}, A_{25}, A_{35}, A_{47}, A_{56}, A_{57}$ , kao i veštačke aktivnosti  $A_{34}$  i  $A_{67}$ . Međusobnu zavisnost ovih aktivnosti prikazati mrežnim dijagramom kao i pomoću strukturne tabele (opisno). Utvrditi vreme trajanja svake realne aktivnosti ako je ono dato linearnom vezom:  $t_{ij} = 10i - 2j$ . Takođe, utvrditi vreme izvršenja celog projekta.

**Rešavanje:**

$$\begin{aligned}
 A_{12}; & \quad t_{12} = 10 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = 6 \\
 A_{13}; & \quad t_{13} = 10 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = 4 \\
 A_{14}; & \quad t_{14} = 10 \cdot 1 - 2 \cdot 4 = 2 \\
 A_{23}; & \quad t_{23} = 10 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 14 \\
 A_{25}; & \quad t_{25} = 10 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = 10 \\
 A_{35}; & \quad t_{35} = 10 \cdot 3 - 2 \cdot 5 = 20 \\
 A_{47}; & \quad t_{47} = 10 \cdot 4 - 2 \cdot 7 = 26 \\
 A_{56}; & \quad t_{56} = 10 \cdot 5 - 2 \cdot 6 = 38 \\
 A_{57}; & \quad t_{57} = 10 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 36
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{34}; & \quad t_{34} = 0 \\
 A_{67}; & \quad t_{67} = 0
 \end{aligned}$$

Mrežni dijagram je dat na slici I-62. Na istom mrežnom dijagramu je izvršeno i numerisanje događaja po Fulkersonovoj numeraciji i naznačen kritični put, koji je obojen crvenim strelicama.



Slika I-62. Mrežni dijagram urađen po CPM

Za projekat je izrađena strukturna tabela sa aktivnostima, njihovim međusobnim zavisnostima i vremenima trajanja, kao što je prikazano tabelom I-25.

Tabela I-25. Strukturna tabela

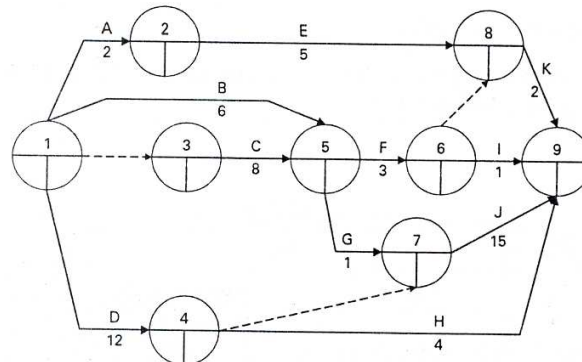
Posmatrana aktivnost	$A_{12}$	$A_{13}$	$A_{14}$	$A_{23}$	$A_{25}$	$A_{35}$	$A_{47}$	$A_{56}$	$A_{57}$
Predhodna aktivnost	/	/	/	$A_{12}$	$A_{12}$	$A_{13} A_{23}$	$A_{13} A_{23} A_{14}$	$A_{25} A_{35}$	$A_{25} A_{35}$
Trajanje aktivnosti (v.j.)	6	4	2	14	10	20	26	38	36

Kritični put sačinjavaju aktivnosti koje spajaju kritične događaje (događaji koji nemaju vremenskih rezervi), a to su:  $A_{12} - A_{23} - A_{35} - A_{56} - S_2$ .

Najkraće vreme za koje se može realizovati projekat, tj. najduže vreme na mrežnom dijagramu, iznosi 78 vremenskih jedinica.

**Primer 5.1.4.5.** U mrežnom dijagramu datom na slici I-63. uraditi sledeće:

- izvršiti proračun vremena napred-nazad i označiti kritične puteve,
- odrediti termine aktivnosti  $F$ ,
- izračunati vremenske rezerve aktivnosti  $C$  i  $I$ .



Slika I-63. Mrežni dijagram za primer proračuna vremena napred-nazad

**Rešanje:**

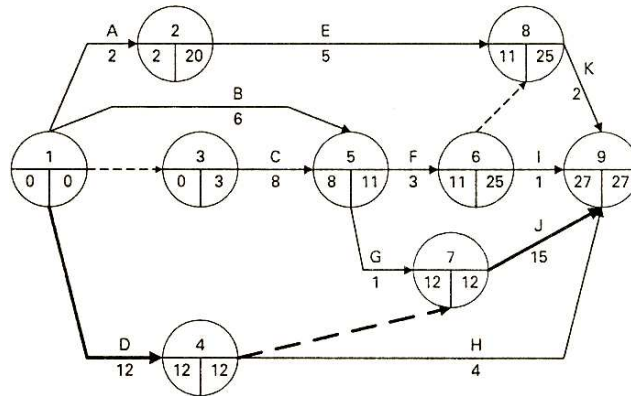
- a) Proračun vremena napred započinje tako što se najranijem vremenu početnog događaja dodeli vrednost 0, a zatim se računa:

$$\begin{aligned}
 t_1^0 &= 0 \\
 t_2^0 &= 0 + 2 = 2 \\
 t_3^0 &= 3 \\
 t_4^0 &= 0 + 12 = 12 \\
 t_5^0 &= \max\{0+6; 0+8\} = 8 \\
 t_6^0 &= 8 + 3 = 11 \\
 t_7^0 &= \max\{8+1; 12+0\} = 12 \\
 t_8^0 &= \max\{2+5; 11+0\} = 11 \\
 t_9^0 &= \max\{12+4; 12+15; 11+1; 11+2\} = 27
 \end{aligned}$$

Pri proračunu vremena unazad najpre se najkasnijem vremenu završnog događaja projekta dodeli vrednost  $t_9^1 = t_9^0 = 27$ , a zatim se računa:

$$\begin{aligned} t_9^1 &= t_9^0 = 27 \\ t_8^1 &= 27 - 2 = 25 \\ t_7^1 &= 27 - 15 = 12 \\ t_6^1 &= \min\{25-0; 27-1\} = 25 \\ t_5^1 &= \min\{25-3; 12-1\} = 11 \\ t_4^1 &= \min\{27-4; 12-0\} = 12 \\ t_3^1 &= 11 - 8 = 3 \\ t_2^1 &= 25 - 5 = 20 \\ t_1^1 &= \min\{12-12; 3-0; 11-6; 20-2\} = 0 \end{aligned}$$

Vrednosti najranijih i najkasnijih vremena događaja dobijene proračunom vremena napred-nazad date su na slici I-64. Aktivnosti koje čine kritični put predstavljene su podebljanim linijom.



Slika I-64. Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena napred-nazad

b) Termini aktivnosti F, tj. aktivnosti A<sub>56</sub>:

$$\begin{aligned} t_5^0 &= 8 & t_6^0 &= t_5^0 + t_{56} = 8 + 3 = 11 \\ t_5^1 &= 25 & t_5^1 &= t_6^1 - t_{56} = 25 - 3 = 22 \end{aligned}$$

c) Vremenske rezerve aktivnosti C, tj. aktivnosti A<sub>35</sub>:

- Ukupna vremenska rezerva:  $\Delta u_{35} = R_{35}^U = t_5^1 - t_3^0 - t_{35} = 11 - 0 - 8 = 3$
- Slobodna vremenska rezerva:  $\Delta s_{35} = R_{35}^S = t_5^0 - t_3^0 - t_{35} = 8 - 0 - 8 = 0$
- Nezavisna vremenska rezerva:  $\Delta n_{35} = R_{35}^N = t_5^0 - t_3^1 - t_{35} = 8 - 3 - 8 = -3, \Rightarrow 0$

Vremenske rezerve aktivnosti I, tj. aktivnosti A<sub>69</sub>:

- Ukupna vremenska rezerva:  $\Delta u_{69} = R_{69}^U = t_9^1 - t_6^0 - t_{69} = 27 - 11 - 1 = 15$
- Slobodna vremenska rezerva:  $\Delta s_{69} = R_{69}^S = t_9^0 - t_6^0 - t_{69} = 27 - 11 - 1 = 15$
- Nezavisna vremenska rezerva:  $\Delta n_{69} = R_{69}^N = t_9^0 - t_6^1 - t_{69} = 27 - 25 - 1 = 1$



**Primer 5.1.4.6.** Realizacija projekta data je matricom međuzavisnosti aktivnosti, kao što je prikazano u tabeli I-26.

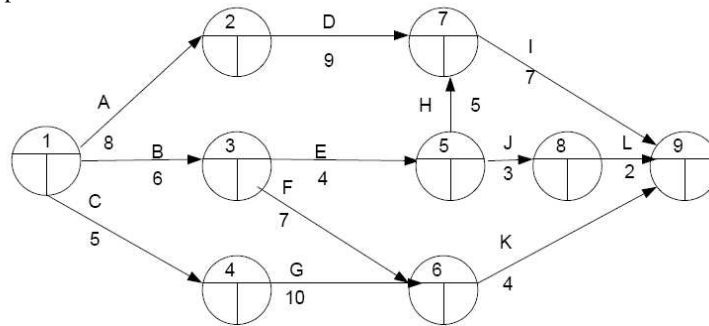
Tabela I-26. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Posm. akt. Pred. akt.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A				X								
B					X	X						
C							X					
D									X			
E								X		X		
F											X	
G											X	
H									X			
I										X		
J												X
K												
L												
<b>Trajanje aktivnosti (dan)</b>	8	6	5	9	4	7	10	5	7	3	4	2

Potrebno je:

- konstruisati mrežni dijagram,
- odrediti kritični put projekta,
- odrediti vremenske rezerve u sistemu događaja.

**Rešavanje.** a) Na osnovu navedene matrice moguće je formirati početni mrežni dijagram, kao što je prikazan na slici I-65.



Slika I-65. Početni mrežni dijagram

b) analiza vremena

1) *Određivanje najranijeg početka aktivnosti*

$$\begin{aligned}
 t_1^0 &= 0 \\
 t_2^0 &= (t_1^0 + t_{12}) = 0 + 8 = 8 \\
 t_3^0 &= (t_1^0 + t_{13}) = (0 + 6) = 6 \\
 t_4^0 &= (t_1^0 + t_{14}) = (0 + 5) = 5 \\
 t_5^0 &= (t_3^0 + t_{35}) = (6 + 4) = 10 \\
 t_6^0 &= \max[(t_3^0 + t_{36}); (t_4^0 + t_{46})] = \max [(6 + 7); (5 + 10)] = \max (13, 15) = 15 \\
 t_7^0 &= \max[(t_2^0 + t_{27}); (t_5^0 + t_{57})] = \max [(8 + 9); (10 + 5)] = \max (17; 15) = 17
 \end{aligned}$$

$$t_8^0 = (t_5^0 + t_{58}) = (10 + 3) = 13$$

$$t_9^0 = \max[(t_6^0 + t_{69}); (t_7^0 + t_{79}); (t_8^0 + t_{89})] = \max[(15 + 4); (17 + 7); (13 + 2)] = \max[19; 24; 15] = 24$$

Prema tome, vreme najranijeg mogućeg završetka projekta je  $t_n^0 = t_9^0 = 24$  dana. Usvajamo da je to i vreme najkasnije dozvoljenog završetka, odnosno  $t_9^0 = t_9^1 = 24$ .

2) *Određivanje najkasnijeg početka aktivnosti:*

$$t_9^1 = t_9^0 = 24$$

$$t_8^1 = (t_9^1 - t_{89}) = (24 - 2) = 22$$

$$t_7^1 = (t_9^1 - t_{79}) = (24 - 7) = 17$$

$$t_6^1 = (t_9^1 - t_{69}) = (24 - 4) = 20$$

$$t_5^1 = \min [(t_8^1 - t_{58}); (t_7^1 - t_{57})] = \min [(22 - 3); (17 - 5)] = 12$$

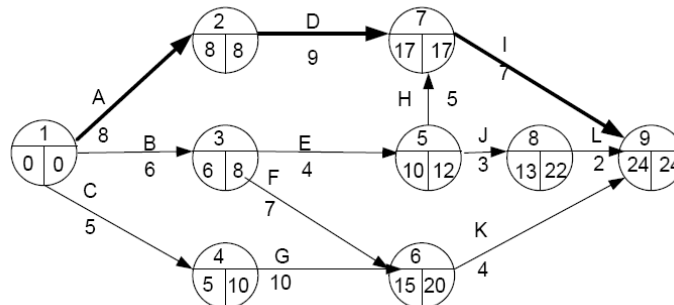
$$t_4^1 = (t_6^1 - t_{46}) = (20 - 10) = 10$$

$$t_3^1 = \min [(t_5^1 - t_{35}); (t_6^1 - t_{36})] = \min [(12 - 4); (20 - 7)] = 8$$

$$t_2^1 = (t_7^1 - t_{27}) = (17 - 9) = 8$$

$$t_1^1 = \min [(t_4^1 - t_{14}); (t_3^1 - t_{13}); (t_2^1 - t_{12})] = \min [(10 - 5); (8 - 6); (8 - 8)] = \min [5; 2; 0] = 0$$

Konačni mrežni dijagram razmatranog slučaja dat je na slici I-66.



Slika I-66. Konačni mrežni dijagram

c) Vremenske rezerva projekta:

3) Ukupne vremenske rezerve su:

$$R_{12}^u = t_2^1 - t_1^0 - t_{12} = 8 - 0 - 8 = 0$$

$$R_{13}^u = t_3^1 - t_1^0 - t_{13} = 8 - 0 - 6 = 2$$

$$R_{14}^u = t_4^1 - t_1^0 - t_{14} = 10 - 0 - 5 = 5$$

$$R_{27}^u = t_7^1 - t_2^0 - t_{27} = 17 - 8 - 9 = 0$$

$$R_{35}^u = t_5^1 - t_3^0 - t_{35} = 12 - 6 - 4 = 2$$

$$R_{36}^u = t_6^1 - t_3^0 - t_{36} = 20 - 6 - 7 = 7$$

$$R_{46}^u = t_6^1 - t_4^0 - t_{46} = 20 - 5 - 10 = 5$$

$$R_{57}^u = t_7^1 - t_5^0 - t_{57} = 17 - 10 - 5 = 2$$

$$R_{58}^u = t_8^1 - t_5^0 - t_{58} = 22 - 10 - 3 = 9$$

$$R_{69}^u = t_9^1 - t_6^0 - t_{69} = 24 - 15 - 4 = 5$$

$$R_{79}^u = t_9^1 - t_7^0 - t_{79} = 24 - 17 - 7 = 0$$

$$R_{89}^u = t_9^1 - t_8^0 - t_{89} = 24 - 13 - 2 = 9$$

4) Slobodne vremenske rezerve su:

$$R_{12}^s = t_2^0 - t_1^0 - t_{12} = 8 - 0 - 8 = 0$$

$$R_{13}^s = t_3^0 - t_1^0 - t_{13} = 6 - 0 - 6 = 0$$

$$R_{14}^s = t_4^0 - t_1^0 - t_{14} = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$R_{27}^s = t_7^0 - t_2^0 - t_{27} = 17 - 8 - 9 = 0$$

$$\begin{aligned}
R_{35}^s &= t_5^0 - t_3^0 - t_{35} = 10 - 6 - 4 = 0 \\
R_{36}^s &= t_6^0 - t_3^0 - t_{36} = 15 - 6 - 7 = 2 \\
R_{46}^s &= t_6^0 - t_4^0 - t_{46} = 15 - 5 - 10 = 0 \\
R_{57}^s &= t_7^0 - t_5^0 - t_{57} = 17 - 10 - 5 = 2 \\
R_{58}^s &= t_8^0 - t_5^0 - t_{58} = 13 - 10 - 3 = 0 \\
R_{69}^s &= t_9^0 - t_6^0 - t_{69} = 24 - 15 - 4 = 5 \\
R_{79}^s &= t_9^0 - t_7^0 - t_{79} = 24 - 17 - 7 = 0 \\
R_{89}^s &= t_9^0 - t_8^0 - t_{89} = 24 - 13 - 2 = 9
\end{aligned}$$

5) Nezavisne vremenske rezerve su:

$$\begin{aligned}
R_{12}^n &= t_2^0 - t_1^1 - t_{12} = 8 - 0 - 8 = 0 \\
R_{13}^n &= t_3^0 - t_1^1 - t_{13} = 6 - 0 - 6 = 0 \\
R_{14}^n &= t_4^0 - t_1^1 - t_{14} = 5 - 0 - 5 = 0 \\
R_{27}^n &= t_7^0 - t_2^1 - t_{27} = 17 - 8 - 9 = 0 \\
R_{35}^n &= t_5^0 - t_3^1 - t_{35} = 10 - 8 - 4 = -2(0) \\
R_{36}^n &= t_6^0 - t_3^1 - t_{36} = 15 - 8 - 7 = 0 \\
R_{46}^n &= t_6^0 - t_4^1 - t_{46} = 15 - 10 - 10 = -5(0) \\
R_{57}^n &= t_7^0 - t_5^1 - t_{57} = 17 - 12 - 5 = 0 \\
R_{58}^n &= t_8^0 - t_5^1 - t_{58} = 13 - 12 - 3 = -2(0) \\
R_{69}^n &= t_9^0 - t_6^1 - t_{69} = 24 - 20 - 4 = 0 \\
R_{79}^n &= t_9^0 - t_7^1 - t_{79} = 24 - 17 - 7 = 0 \\
R_{89}^n &= t_9^0 - t_8^1 - t_{89} = 24 - 22 - 2 = 0
\end{aligned}$$

6) Vremenske rezerve događaja su:

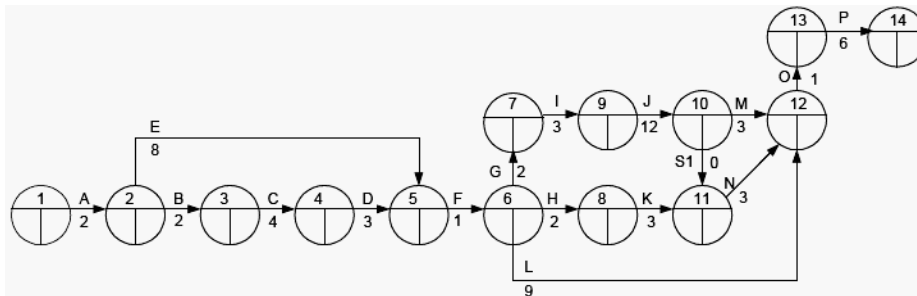
$$\begin{aligned}
R_1 &= t_1^1 - t_1^0 = 0 \\
R_2 &= t_2^1 - t_2^0 = 8 - 8 = 0 \\
R_3 &= t_3^1 - t_3^0 = 8 - 6 = 2 \\
R_4 &= t_4^1 - t_4^0 = 10 - 5 = 5 \\
R_5 &= t_5^1 - t_5^0 = 12 - 10 = 2 \\
R_6 &= t_6^1 - t_6^0 = 20 - 15 = 5 \\
R_7 &= t_7^1 - t_7^0 = 17 - 17 = 0 \\
R_8 &= t_8^1 - t_8^0 = 22 - 13 = 9 \\
R_9 &= t_9^1 - t_9^0 = 24 - 24 = 0
\end{aligned}$$

**Primer 5.1.4.7.** Za uopšteni investicioni projekat, čija je realizacija definisana sledećom matricom međuzavisnosti aktivnosti, tabela I-27, konstruisati mrežni dijagram, izvršiti numeraciju na osnovu Fulkersonovih pravila i odrediti kritični put.

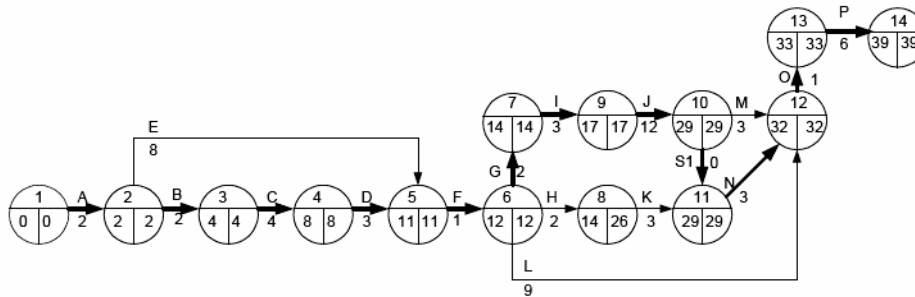
Tabela I-27. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

Pos. ak. Pred. ak.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
A		X			X											
B			X													
C				X												
D					X											
E						X										
F							X	X				X				
G									X							
H											X					
I										X						
J												X	X			
K														X		
L															X	
M															X	
N																X
O																X
P																
Trajanje aktivnosti (v.j.)	2	2	4	3	8	1	2	2	3	12	3	9	3	3	1	6

**Rešenje.** Na osnovu zadate matrice međuzavisnosti aktivnosti, može se formirati početni mrežni dijagram, kao što je prikazan na slici I-67. Na slici I-68 prikazan je konačni MD.



Slika I-67. Početni mrežni dijagram za primer 5.1.4.7.



Slika I-68. Konačni mrežni dijagram za primer 5.1.4.7.

**Primer 5.1.4.8.** Primena metode kritičnog puta u nabavci i pripremi za eksploataciju tehničkog materijalnog sredstva (TMS) novog tipa kroz razradu projekta pod nazivom “Srednji tenk”. Razradom projekta biće obuhvaćeno:

- projektni zahtev,
- lista aktivnosti,
- matrica međuzavisnosti,
- mrežni dijagram sa vremenskim parametrima,
- standardni obrazac za proračun parametara po CPM.

**Rešenje:**

- Projektni zahtev za projekat: “Srednji tenk”

Doneta je načelna odluka da se Vojska Srbije (VS) opremi najnovijim tipom srednjeg tenka, čije bi borbene karakteristike najviše odgovarale našim taktičko-tehničkim zahtevima. Istovremeno, treba proučiti kakve su mogućnosti inostranog isporučioaca da blagovremeno isporuči tehničku dokumentaciju, rezervne delove, kao i kakvi su uslovi plaćanja kupljenih TMS. Konačnu odluku o izboru tipa tenka koji će se nabaviti doneti nakon analiziranja ovih faktora.

Ugovorom sa isporučiocem definisati rok isporuke tehničke dokumentacije tako da se što je moguće ranije pristupi razradi tehnoloških uslova i nadležnosti održavanja, izradi imenika delova, normativa goriva i maziva, kao i TU I i II. Paralelno sa razradom normativa i tehnoloških uslova planirati rok isporuke rezervnih delova i alata i uređaja, prijem rezervnih delova, popunu pokretnih radionica alatom i uređajima, kao i isporuku i prijem prve količine TMS. Takođe, treba predvideti školovanje instruktora kod isporučioaca, da bi prijem prve količine TMS bio kvalitetno obavljen i kako bi se stvorilo jezgro za preobuku kadrova korisnika.

**Zadatak:** Pomoću tehnike mrežnog planiranja razraditi plan nabavke i pripreme za eksploataciju TMS novog tipa radi sinhronizacije svih potrebnih aktivnosti i postizanja što kraćeg vremena od momenta donošenja odluke o nabavci do početka eksploatacije nabavljenih TMS. Početna aktivnost je donošenje načelne odluke o nabavci novih TMS. Završna aktivnost je prijem prve isporuke TMS od korisnika.

b) Lista aktivnosti za projekat „Srednji tenk“ prikazana je u tabeli I-28.

Tabela I-28. Lista aktivnosti za projekat „Srednji tenk“

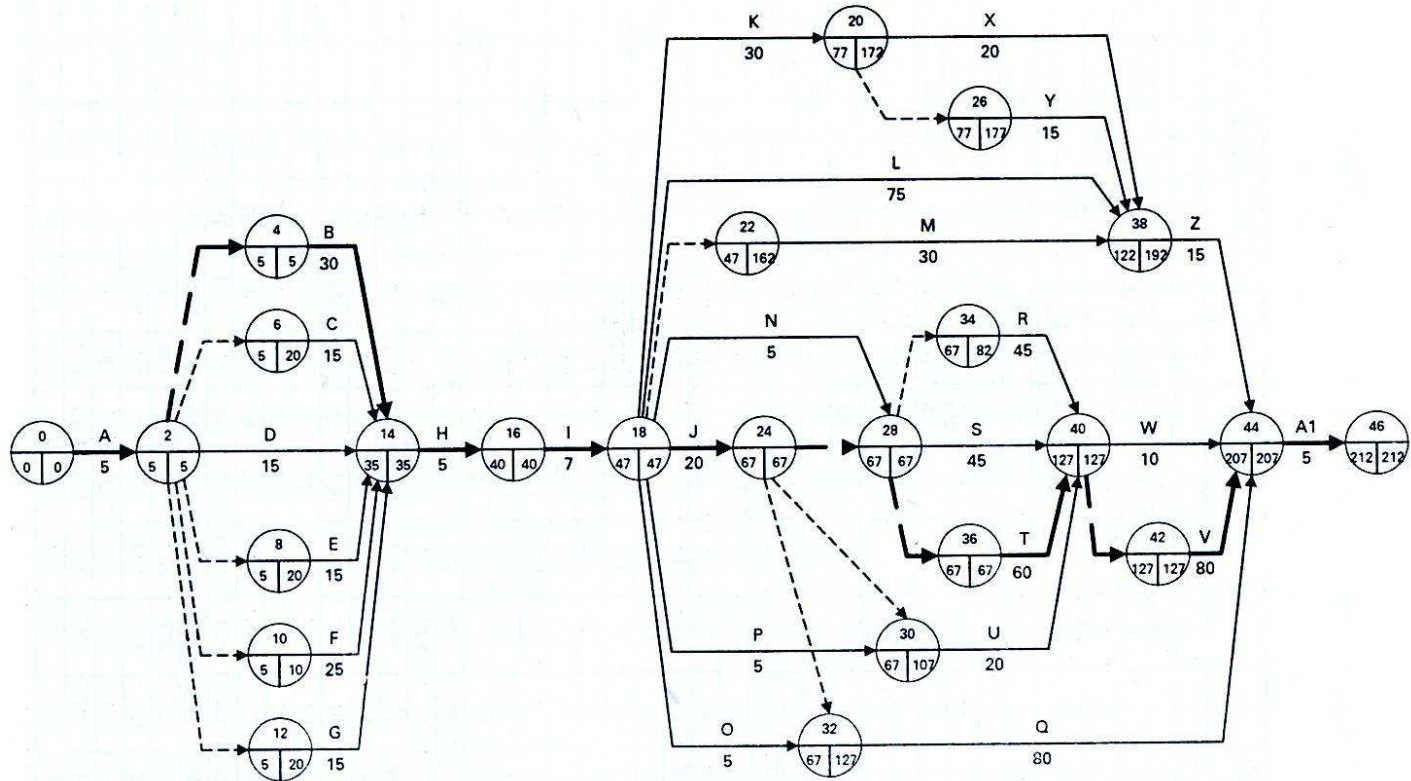
LISTA AKTIVNOSTI ZA PROJEKAT “SREDNJI TENK”					
<i>i</i>	<i>j</i>	Oznaka	Opis aktivnosti	Odgovorni organ	Vreme $t_{ij}$
1	2	3	4	5	6
0	2	A	Donošenje načelne odluke o kupovini najnovijeg tipa srednjeg tenka		5
4	14	B	Analiza borbenih svojstava raznih tipova srednjih tenkova		30
6	14	C	Analiza uslova plaćanja		15
2	14	D	Analiza mogućnosti dobijanja potrebne tehničke dokumentacije		15
8	14	E	Analiza mogućnosti preobuke korisnika		15
10	14	F	Analiza mogućnosti održavanja tehničkih sredstava		25
12	14	G	Analiza mogućnosti isporuke rezervnih delova		15
14	16	H	Odluka o izboru vrste i tipa TMS koja treba nabaviti		5
16	18	I	Ugovaranje nabavke određene količine TMS, r/d, tehničke dokumentacije i ugovaranje školovanja kadrova		7
18	24	J	Isporuka tehničke dokumentacije		20
18	20	K	Isporuka r/d, alata i uređaja za održavanje		30
18	38	L	Prva isporuka tehničkih sredstava		75
22	38	M	Školovanje instruktora kod isporučioaca		30
18	28	N	Naređenje o razradi tehnoloških uslova i nadležnosti u održavanju		5
18	32	O	Naređenje za izradu imenika delova		5
18	30	P	Naređenje za izradu normativa goriva i maziva		5
32	44	Q	Izrada imenika delova		80
34	40	R	Razrada tehnoloških uslova i normativa za LR		45
28	40	S	Razrada tehnoloških uslova i normativa za SR		45
36	40	T	Razrada tehnoloških uslova i normativa za GR		60
30	40	U	Izrada normativa goriva i maziva		20
42	44	V	Izrada TU I i II		80
40	44	W	Razrada kalkulacija za održavanje nabavljenih TMS		10
20	38	X	Prijem r/d od isporučioaca, te distribucija po skladištima i jedinicama		20
26	34	Y	Popuna pokretnih radionica alatom i uređajima za održavanje		15
38	44	Z	Prijem i isporuka TMS od isporučioaca, te distribucija po jedinicama		15
44	46	A <sub>1</sub>	Prijem prve isporuke tehničkih sredstava od korisnika		5

Matrica međuzavisnosti aktivnosti, prikazana je u tabeli I-29.

Tabela I-29. Matrica međuzavisnosti aktivnosti za rojekat "Srednji tenk"

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A <sub>I</sub>
A		x	x	x	x	x	x																				
B								x																			
C								x																			
D								x																			
E								x																			
F								x																			
G								x																			
H									x																		
I										x	x	x	x	x	x	x	x										
J											x						x	x	x	x	x						
K												x												x	x		
L													x													x	
M														x													x
N															x			x	x								
O																x											
P																	x					x					
Q																		x									x
R																			x				x				
S																				x			x				
T																					x			x			
U																						x		x			
V																											x
W																											x
X																											x
Y																											x
Z																											x
A <sub>I</sub>																											x

c) Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena napred-nazad prikazan je na slici I-69.



Slika I-69. Mrežni dijagram za projekat "Srednji tenk" sa urađenim proračunom vremena po metodi CPM



d) Standardni obrazac za proračun parametara po CPM, prikazan je u tabeli I-30.

Tabela I-30 Standardni obrazac za proračun parametara po CPM

Aktivnost		$t_i^0$	$t_i^1$	$t_i^0$	$t_i^1$	$t_{ij}$	$t_i^1$	$t_j^0$	Vremenske rezerve		
$i$	$j$	$T_E(i)$	$T_L(j)$	$T_E(j)$	$T_L(i)$				$R^U$	$R^S$	$R^N$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	2	0	5	5	0	5	0	5	0	0	0
2	4	5	5	5	5	0	5	5	0	0	0
2	6	5	20	5	5	0	20	5	15	0	0
2	8	5	20	5	5	0	20	5	15	0	0
2	10	5	10	5	5	0	10	5	5	0	0
2	12	5	20	5	5	0	20	5	15	0	0
2	14	5	35	35	5	15	20	20	15	15	15
4	14	5	35	35	5	30	5	35	0	0	0
6	14	5	35	35	20	15	20	20	15	15	0
8	14	5	35	35	20	15	20	20	15	15	0
10	14	5	35	35	10	25	10	30	5	5	0
12	14	5	35	35	20	15	20	20	15	15	0
14	16	35	40	40	35	5	35	40	0	0	0
16	18	40	47	47	40	7	40	47	0	0	0
18	20	47	172	77	47	30	142	77	95	0	0
18	22	47	162	47	47	0	162	47	115	0	0
18	24	47	67	67	47	20	47	67	0	0	0
18	28	47	67	47	47	5	62	52	15	15	15
18	30	47	107	67	47	5	102	52	55	15	15
18	32	47	127	67	47	5	122	52	75	15	15
18	38	47	192	122	47	75	117	122	70	0	0
20	26	77	177	77	172	0	177	77	100	0	0
20	38	77	192	122	172	20	172	97	95	25	0
22	38	47	192	122	162	30	162	77	95	45	0
24	28	67	67	67	67	0	67	67	0	0	0
24	30	67	107	67	67	0	107	67	40	0	0
24	32	67	127	67	67	0	127	67	60	0	0
26	38	77	192	122	177	15	177	92	100	30	0
28	34	67	82	67	67	0	82	67	15	0	0
28	36	67	67	67	67	0	67	67	0	0	0
28	40	67	127	127	67	45	82	112	15	15	15
30	40	67	127	127	107	20	107	87	40	40	0
32	44	67	207	207	127	80	127	147	60	60	0
34	30	67	127	127	82	45	82	112	15	15	0
36	40	67	127	127	67	60	67	127	0	0	0
38	44	122	207	207	192	15	192	137	70	70	0
40	42	127	127	127	127	0	127	127	0	0	0
40	44	127	207	207	127	10	197	137	70	70	70
42	44	127	207	207	127	80	127	207	0	0	0
44	46	207	212	212	207	5	207	212	0	0	0

## 5.2. Analiza vremena po PERT metodi

Postoje znatne razlike u analizi vremena između metoda CPM i PERT. Najznačajnija i bitna razlika između ovih metoda sastoji se u tome što PERT metoda uzima u obzir nesigurnost u proceni vremena trajanja pojedinih aktivnosti. Polazi se od toga da nije moguće unapred precizno odrediti trajanje pojedinih aktivnosti, pa se ono procenjuje uz primenu statističkih metoda. Zato se za PERT metodu kaže da je stohastička. Zbog tih svojih karakteristika ova metoda je našla primenu uglavnom kod istraživačkih i razvojnih projekata.

Kod PERT metode za svaku aktivnost u okviru projekta utvrđuju se tri različite procene vremena trajanja.

**Optimističko vreme** trajanja aktivnosti ( $a_{ij}$ ) je ono vreme koje se može ostvariti pod posebno povoljnim uslovima. Mala je verovatnoća da se aktivnost izvrši za ovo vreme, ali postoji mogućnost. Nema, međutim, nikakvih izgleda da se aktivnost može izvršiti za kraće vreme.

**Najverovatnije (modalno) vreme** izvršenja aktivnosti ( $m_{ij}$ ) je vreme koje bi se najčešće javljalo kad bi se aktivnost više puta izvodila pod istim uslovima. Verovatnoća izvršenja neke aktivnosti za ovo vreme je najveća.

**Pesimističko vreme** izvršenja aktivnosti ( $b_{ij}$ ) je vreme koje bi bilo potrebno da se aktivnost izvede pod naročito nepovoljnim uslovima (katastrofe i slične nepredvidive okolnosti se isključuju). To je najduže vreme za izvršenje određene aktivnosti.

Očigledno je da za ove procene mora važiti uslov:  $a_{ij} \leq m_{ij} \leq b_{ij}$ .

### 5.2.1. Određivanje očekivanog vremena aktivnosti i varijanse

Na osnovu procenjenih vremena aktivnosti  $a_{ij}$ ,  $m_{ij}$  i  $b_{ij}$  izračunavaju se očekivana vremena izvršenja aktivnosti  $(t_e)_{ij}$  prema izrazu:

$$(t_e)_{ij} = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6} \quad (14)$$

i varijansa  $(\sigma^2)_{ij}$  prema izrazu

$$(\sigma^2)_{ij} = \left( \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \right)^2 \quad (15)$$

Može se zapaziti da u relaciji (14) optimističko i pesimističko vreme trajanja aktivnosti učestvuju sa faktorom 1, dok najverovatnije vreme figuriše sa faktorom 4. Zbog toga će očekivano vreme  $(t_e)_{ij}$  biti u blizini najverovatnijeg vremena  $m_{ij}$  ili će se poklapati s njim.

Varijansa trajanja aktivnosti kod PERT metode predstavlja meru nesigurnosti procene trajanja aktivnosti, odnosno meru grubosti sa kojom su definisani polazni

podaci ( $a, m$  i  $b$ ) za svaku aktivnost. Ukoliko je varijansa manja, utoliko su polazni podaci precizniji, rasturanja su manja. Kod određivanja polaznih podataka treba nastojati da  $b_{ij}$  ne bude mnogo veće od  $a_{ij}$  kako bi se povećala tačnost svih ocena koje se dobijaju kao rezultat vremenske obrade mrežnog dijagrama. Moguće je, za određene projekte, unapred odrediti potrebnu preciznost polaznih podataka i to zadavanjem uslova da varijansa ne prelazi određenu konačnu vrednost.

### 5.2.2. Određivanje vremena nastupanja događaja

Naredna etapa u analizi vremena po PERT metodu sastoji se u određivanju najranijeg i najkasnijeg vremena nastupanja svakog događaja u mrežnom dijagramu, što odgovara određivanju rokova u mreži.

Najranije vreme nastupanja događaja ( $T_E$ ) predstavlja najraniji trenutak kada se može odigrati određeni događaj, a najkasnije vreme nastupanja događaja ( $T_L$ ) predstavlja najkasniji rok do koga se mora odigrati određeni događaj kako se konačni rok završetka projekta ne bi menjao. I ovde treba imati u vidu da jedan isti događaj za prethodnu aktivnost predstavlja završni događaj, a za narednu aktivnost početni događaj, pa ćemo razlikovati najranija vremena nastupanja početnog, odnosno završnog, događaja i najkasnija vremena nastupanja početnog i završnog događaja.

Vremena nastupanja događaja izračunavaju se prema sledećim relacijama:

$$(T_E)_j = \max_i \{ (T_E)_i + (t_e)_{ij} \}, \quad j = 2, 3, \dots, n \quad (16)$$

pri čemu je:  $(T_E)_1 = 0,$

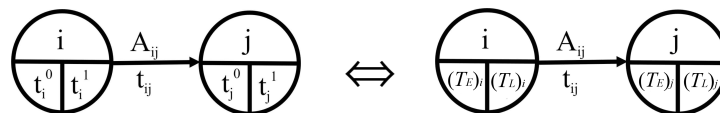
$$(T_L)_i = \min_j \{ (T_L)_j - (t_e)_{ij} \}, \quad i = n-1, n-2, \dots, 1 \quad (17)$$

gde je:  $(T_L)_n = (T_E)_n.$

Sam proračun podataka može se izvoditi, kao i kod CPM metoda, postupkom “napred-nazad” na mrežnom dijagramu ili matičnim postupkom. Potrebno je dodati da su podaci o vremenima nastupanja događaja adekvatni odgovarajućim podacima o počecima i završecima pojedinih aktivnosti koji su karakteristični u analizi vremena po CPM metodi ( $E \rightarrow$  Early-raniji;  $L \rightarrow$  Later-kasniji), tj.

$$\begin{aligned} (T_E)_i &\Leftrightarrow t_i^0, & (T_E)_j &\Leftrightarrow t_j^0, \\ (T_L)_i &\Leftrightarrow t_i^1, & (T_L)_j &\Leftrightarrow t_j^1, \end{aligned}$$

kao što je prikazano na slici I-70, a postupci njihovog određivanja su istovetni.



Slika I-70. Podaci o vremenima nastupanja događaja

Iz relacija (16) i (17) uočava se da je za izračunavanje vremena nastupanja događaja korišćeno očekivano vreme trajanja aktivnosti ( $t_e$ ). Na osnovu teorijskog razmatranja usvojeno je da izračunate vrednosti za  $T_E$  i  $T_L$  odgovaraju normalnom rasporedu. Varijansa ovako usvojenog rasporeda za događaje dobija se sabiranjem varijansi svih aktivnosti sa najdužeg puta od početnog do posmatranog događaja (kritični put), kao što je prikazano formulom (18).

$$\sigma^2_i = \sum (\sigma^2)_{ij} \quad (18)$$

### 5.2.3. Vremenske rezerve i verovatnoće nastupanja događaja

I kod PERT metode u okviru analize vremena vrši se izračunavanje vremenskih rezervi. **Vremenska rezerva događaja "i"** predstavlja vremensku razliku između najkasnijeg i najranijeg vremena postizanja tog događaja. Ovu rezervu označavamo slovom  $S_i$ , a njenu očekivanu vrednost izračunavamo pomoću izraza (19).

$$S_i = R_i = (T_L)_j - (T_E)_i - (t_e)_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

Vrednost vremenske rezerve  $S_i$  može biti pozitivna, jednaka nuli i negativna. Ako je vrednost  $S_i > 0$ , tada vreme nastupanja događaja može varirati unutar te vrednosti bez uticaja na vreme završetka celog projekta. Ako je  $S = 0$ , događaj je kritičan i svako zaostajanje u dostizanju tog događaja utiče na krajnje vreme izvršenja projekta. Negativna vrednost vremenske rezerve događaja  $S_i < 0$  ukazivala bi na manjak kapaciteta pri realizaciji projekta.

Kritični događaji imaju vremensku rezervu  $S_i = 0$ . Aktivnost koja spaja dva kritična događaja i ispunjava uslov, dat relacijom

$$(T_L)_j = (T_E)_i + (t_e)_{ij} \quad (20)$$

predstavlja *kritičnu aktivnost*. Niz međusobno povezanih kritičnih aktivnosti, od početnog do završnog događaja mrežnog dijagrama, predstavlja *kritični put*.

Često se, kod planiranja realizacije projekta PERT metodom, za neke događaje u mrežnom dijagramu unapred utvrde termini (rokovi) njihovog ispunjavanja. Za ovakve događaje značajno je proceniti verovatnoću njihovog odigravanja u okviru planiranog roka. Faktor verovatnoće ( $Z$ ) za ovakav događaj izračunavamo ako planirani rok odigravanja događaja  $T_S$  dovedemo u vezu sa najranijim vremenom njegovog dostizanja  $T_E$ , pa izračunavamo normalno odstupanje, kao što je prikazano relacijom (21):

$$Z_i = \frac{(T_S)_i - (T_E)_i}{\sqrt{\sum (\sigma^2)_{ij}}} = \frac{(T_S)_i - (T_E)_i}{\sqrt{\sigma^2_i}} \quad (21)$$

gde je  $\sum (\sigma^2)_{ij}$  zbir varijansi koje prethode događaju  $i$ , a leže na kritičnom putu.

**Faktor verovatnoće ( $Z_i$ )** može se odrediti za svaki događaj mrežnog dijagrama. Međutim, on se izračunava samo za događaje čije vreme odigravanja unapred

ugovaramo, za neke kritične događaje koji predstavljaju završetke nekog dela projekta i obavezno za rok završetka celog projekta. Tako, pomoću najranijeg vremena nastupanja završnog događaja projekta  $(T_E)_n$ , može se izračunati koja je verovatnoća da se ostvari planirani rok izvršenja celog projekta  $(T_S)_n$ . Prethodno, prema izrazu (21), određujemo faktor verovatnoće za završni događaj projekta, pa važi relacija (22):

$$Z_n = \frac{(T_S)_n - (T_E)_n}{\sqrt{(\sigma^2)_n}} \quad (22)$$

Verovatnoća ispunjenja planiranog roka projekta, u oznaci  $P(Z)$ , jeste funkcija faktora verovatnoće, a njene vrednosti najčešće se daju u vidu tabličnih vrednosti. Na osnovu vrednosti faktora verovatnoće  $Z_n$  iz izraza (22) pronalaze se odgovarajuće tablične vrednosti, koje označavaju traženu verovatnoću ispunjenja planiranog roka. Vrednosti verovatnoće za faktore verovatnoće  $Z < -3$  približno su jednake nuli, vrednosti verovatnoće za faktore  $Z > 3$  približno su jednake 1, pa se njene vrednosti daju samo za  $Z$  koje se kreće u granicama  $-3 < Z < 3$ . U tabeli I-31 prikazane su tablične vrednosti za funkciju verovatnoće  $P(Z)$ .

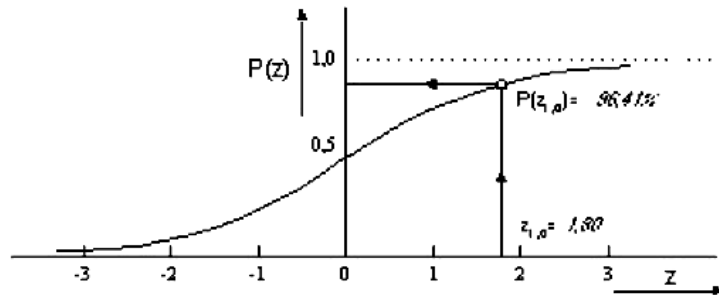
Tabela I-31. Vrednosti verovatnoće  $P(Z)$  u zavisnosti od vrednosti promenljive  $Z$

<b>Z</b>	<b>P(Z)</b>	<b>Z</b>	<b>P(Z)</b>	<b>Z</b>	<b>P(Z)</b>	<b>Z</b>	<b>P(Z)</b>
-3.0	0.0013	-1.4	0.0808	0.2	0.5793	1.8	0.9641
-2.9	0.0019	-1.3	0.0968	0.3	0.6179	1.9	0.9713
-2.8	0.0026	-1.2	0.1151	0.4	0.6554	2.0	0.9772
-2.7	0.0035	-1.1	0.1357	0.5	0.6915	2.1	0.9821
-2.6	0.0047	-1.0	0.1587	0.6	0.7257	2.2	0.9861
-2.5	0.0062	-0.9	0.1841	0.7	0.7580	2.3	0.9893
-2.4	0.0082	-0.8	0.2119	0.8	0.7881	2.4	0.9918
-2.3	0.0107	-0.7	0.2420	0.9	0.8159	2.5	0.9938
-2.2	0.0139	-0.6	0.2743	1.0	0.8413	2.6	0.9953
-2.1	0.0179	-0.5	0.3085	1.1	0.8643	2.7	0.9965
-2.0	0.0228	-0.4	0.3446	1.2	0.8849	2.8	0.9974
-1.9	0.0287	-0.3	0.3821	1.3	0.9032	2.9	0.9981
-1.8	0.0359	-0.2	0.4207	1.4	0.9192	3.0	0.9987
-1.7	0.0446	-0.1	0.4602	1.5	0.9332		
-1.6	0.0548	-0.0	0.5000	1.6	0.9452		
-1.5	0.0668	0.1	0.5398	1.7	0.9554		

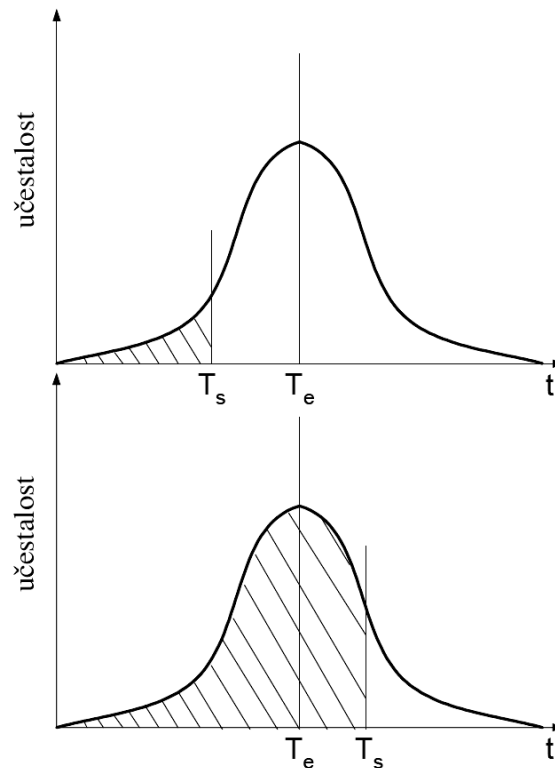
Verovatnoća odigravanja događaja u funkciji faktora verovatnoće  $Z$  nalazi se iz zakona standardizovane normalne raspodele, koja je prikazana relacijom (23):

$$P(z) = \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (23)$$

Grafička predstava funkcije  $P(Z)$  data je na slici I-71.

Slika I-71. Grafički prikaz funkcije  $P(Z)$ 

Verovatnoća dostizanja planiranog roka završnog događaja može se i grafički predstaviti. Na slici I-72, dat je grafički prikaz verovatnoće u zavisnosti od odnosa planiranog roka završetka projekta  $(T_s)_n$  i najranijeg vremena nastupanja završnog događaja projekta  $(T_e)_n$ . Šrafirana površina na slici I-72 označava verovatnoću dostizanja završnog roka projekta  $(T_s)_n$ .

Slika I-72. Normalna raspodela veličine  $(T_e)_n$ 

**Primer 5.2.3.1.** Osvajanje novog proizvoda je planirano prema matrici međuzavisnosti, koja je prikazana u tabeli I-32.

Tabela I-32. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	A			X					
	B			X	X				
	C					X	X		
	D					X			
	E								X
	F							X	
	G								
	H								
Vreme (dan)	Optimističko ( $a_{ij}$ )	1,5	2	2	1	3	3	2	4
	Modalno ( $m_{ij}$ )	3	3	2,5	1,5	5	6	2,5	5
	Pesimističko ( $b_{ij}$ )	3,5	4	3	2,5	7	7	3,5	5

Uraditi:

- ☉ Odrediti očekivano vreme  $te_{ij}$  (dan) i disperziju  $D_{ij}$  ( $dan^2$ ), za svaku aktivnost.
- ☉ Projektovati mrežni dijagram.
- ☉ Odrediti očekivano vreme trajanja projekta.

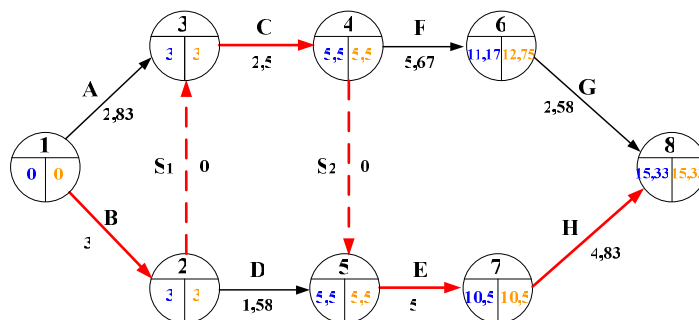
**Rešenje.** Očekivano vreme realizacije aktivnosti  $i-j$  se odvija kao matematičko očekivanje za slučajnu promenljivu koja se pokorava  $\beta$ -raspodeli, a disperzija slučajne veličine kao srednje kvadratno odstupanje, kao:

$$Te_{ij} = M(t) = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6} \quad D_{ij}(t) = \sigma_{ij}^2 = \left( \frac{b_{ij} - a_{ij}}{6} \right)^2$$

Očekivano vreme trajanja aktivnosti i njihova disperzija prikazani su u tabeli I-33, a na slici I-73 prikazan je mrežni dijagram sa proračunatim vremenima trajanja.

Tabela I-33. Očekivano vreme i disperzija za sve aktivnosti

Aktivnosti	A	B	C	D	E	F	G	H
$Te_{ij}$	2,83	3	2,5	1,58	5	5,67	2,58	4,83
$D_{ij}$	0,11	0,11	0,03	0,06	0,44	0,44	0,06	0,03



Slika I-73. Konačni mrežni dijagram sa proračunatim vremenima

Dužina trajanja projekta je **15,33** dana, a kritičan put sačinjavaju kritične aktivnosti: **B - S<sub>1</sub> - C - S<sub>2</sub> - E - H**.

**Primer 5.2.3.2.** U tabeli I-34 data je lista aktivnosti jednog razvojnog projekta, kao i procenjena vremena trajanja njegovih aktivnosti, izražena u danima. Potrebno je konstruisati odgovarajući mrežni dijagram i analizirati vremena, koristeći PERT metodu. Planirano vreme završetka projekta iznosi 39 dana. Odrediti verovatnoću ostvarenja planiranog roka završetka projekta.

Tabela I-34. Lista aktivnosti sa procenjenim vremenima trajanja

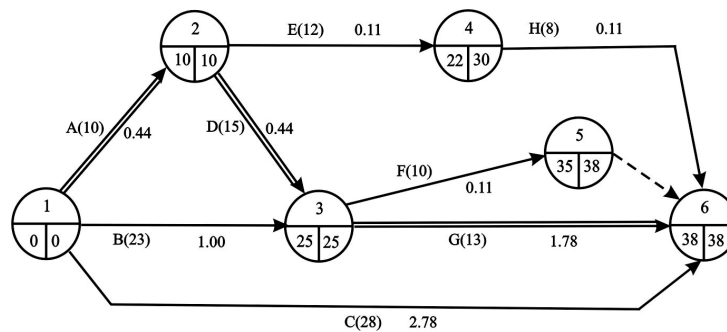
Aktivnost		Vreme		
Naziv	Zavisí od	$a_{ij}$	$m_{ij}$	$b_{ij}$
A	-	8	10	12
B	-	20	23	26
C	-	23	28	33
D	A	13	15	17
E	A	11	12	13
F	B, D	9	10	11
G	B, D	9	13	17
H	E	7	8	9

Na osnovu polaznih podataka, a pomoću relacija (14) i (15), određujemo očekivana vremena  $(t_e)_{ij}$  i varijanse  $(\sigma^2)_{ij}$  za sve aktivnosti. Ovi podaci su prikazani u tabeli I-35.

Tabela I-35. Proračunata očekivana vremena  $(t_e)_{ij}$  i varijanse  $(\sigma^2)_{ij}$  za sve aktivnosti

Aktivnost	$(t_e)_{ij}$	$(\sigma^2)_{ij}$
A	10	0,44
B	23	1,00
C	28	2,78
D	15	0,44
E	12	0,11
F	10	0,11
G	13	1,78
H	8	0,11

Određivanje vremena nastupanja događaja  $T_E$  i  $T_L$  izvršeno je, prema relacijama (16) i (17), na samom mrežnom dijagramu proračunom "napred-nazad", i prikazano na slici I-74.



Slika I-74. Proračun vremena po metodi PERT

Verovatnoća nastupanja završnog događaja projekta (događaj 6), ako je njegovo planirano vreme nastupanja  $(T_s)_6 = 39$  dana, bila bi:



- a) Prema relaciji (22) faktor verovatnoće je

$$Z_6 = \frac{(T_s)_6 - (T_E)_6}{\sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{36}^2}} = \frac{39 - 38}{\sqrt{0,44 + 0,44 + 1,78}} = \frac{1}{1,63} = 0,61$$

- b) Na osnovu tabličnih vrednosti iz tabele I-31, za  $Z=0,61$ , pronalazi se verovatnoća  $P(Z)=0,73$  (ili 73%), što predstavlja veliku verovatnoću postizanja planiranog roka.

**Napomena:** Prema izvornoj literaturi mogu se naći sledeća tumačenja u vezi sa verovatnoćom nastupanja pojedinih događaja:

- vrednost verovatnoće do 25% označava veliki rizik u pogledu ostvarenja planiranog roka;
- vrednost verovatnoće između 25% i 60% označava normalan rizik i dobro korišćenje kapaciteta;
- verovatnoća preko 60% označava mali rizik, ali i nedovoljno iskorišćenje kapaciteta.

**Primer 5.2.3.3.** Realizacija projekta osvajanja novog proizvoda je zadata preko sledeće matrice međuzavisnosti aktivnosti, kao što je prikazano u tabeli I-36.

Tabela I-36. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

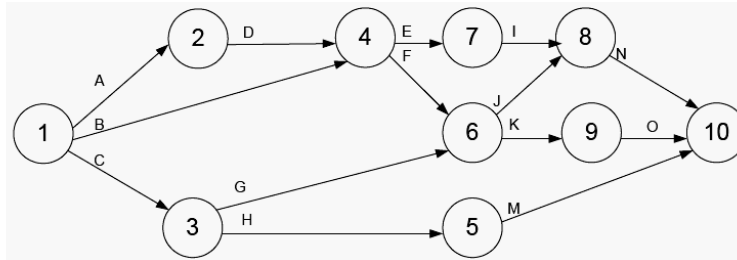
		Posmatrana aktivnost													
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	M	N	O
Predhodna aktivnost	A				X										
	B					X	X								
	C							X	X						
	D					X	X								
	E									X					
	F										X	X			
	G										X	X			
	H												X		
	I													X	
	J													X	
	K														X
	M														
	N														
	O														
Vreme (dan)	Opt.( $a_{ij}$ )	1,5	2	2	1	3	3	2	4	1	2	5	2	3,5	2
	Mod.( $m_{ij}$ )	3	3	2,5	1,5	5	6	2,5	5	2	3	5,5	4	4	3
	Pes.( $b_{ij}$ )	3,5	4	3	2,5	7	7	3,5	5	4	6	6,5	7	5,5	5

Uraditi:

- ☉ Formirati mrežni dijagram.
- ☉ Odrediti očekivano vreme ( $te$ )<sub>ij</sub> i varijansu ( $\sigma^2$ )<sub>ij</sub>, za svaku aktivnost.
- ☉ Odrediti očekivani kritični put.
- ☉ Izračunati verovatnoću nastupanja završnog događaja, ako je planirano vreme završetka kritičnih aktivnosti  $T_p = 20$  dana.

**Rešenje.**

- Polazni mrežni dijagram razmatranog slučaja prikazan je na slici I-75.



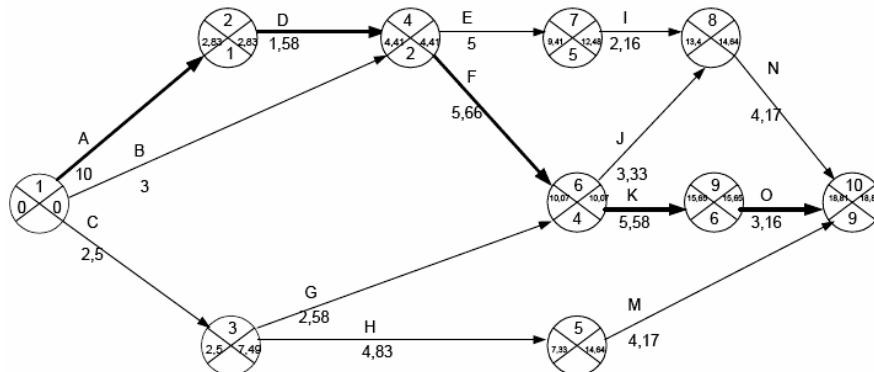
Slika I-75. Početni mrežni dijagram

- Rezultati proračuna očekivanih vremena odvijanja aktivnosti i njihovih varijansi prikazani su u tabeli I-37.

Tabela I-37. Očekivana vremena i varijanse

Aktivnosti	$(te)_{ij}$	$(\sigma^2)_{ij}$
<b>A</b>	2,83	0,111
<b>B</b>	3	0,111
<b>C</b>	2,5	0,028
<b>D</b>	1,58	0,063
<b>E</b>	5	0,444
<b>F</b>	5,66	0,444
<b>G</b>	2,58	0,063
<b>H</b>	4,83	0,028
<b>I</b>	2,16	0,250
<b>J</b>	3,33	0,444
<b>K</b>	5,58	0,063
<b>M</b>	4,17	0,694
<b>N</b>	4,17	0,111
<b>O</b>	3,16	0,250

- Određivanje najranijeg i najkasnijeg vremena nastupanja događaja i kritičnog puta urađeno je na mrežnom dijagramu koji je prikazan na slici I-76.



Slika I-76. Konačni mrežni dijagram

Kritični put sačinjavaju aktivnosti: A-D-F-K-O, a ukupno trajanje projekta je 18,81 dan.

- Verovatnoća nastupanja završnog događaja projekta, ukoliko je njegovo planirano vreme nastupanja  $(T_S)_{10} = 20$  dana, izračunava se preko faktora verovatnoće  $(Z)$ .

$$Z_{10} = \frac{(T_S)_{10} - (T_E)_{10}}{\sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{24}^2 + \sigma_{46}^2 + \sigma_{69}^2 + \sigma_{910}^2}} = \frac{20 - 18,81}{\sqrt{0,111 + 0,063 + 0,444 + 0,063 + 0,25}}$$

$$Z_{10} = \frac{1,15}{\sqrt{0,93}} = 1,236$$

Na osnovu tabele I-31 i faktora verovatnoće 1,236, verovatnoća razmatranog događaja je  $P(Z)=P(1,236)=0,89$  ili 89%, što je relativno velika verovatnoća postizanja planiranog roka.

**Primer 5.2.3.4.** Realizacija naučno istraživačkog projekta je zamišljena prema matrici međuzavisnosti aktivnosti koja je prikazana u tabeli I-38.

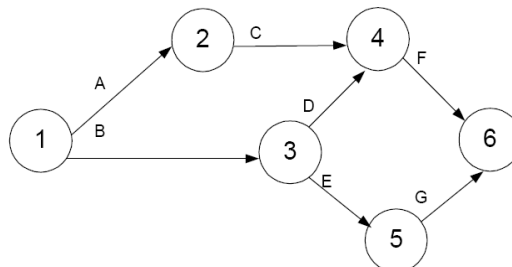
Tabela I-38. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost						
		A	B	C	D	E	F	G
Predhodna aktivnost	A			X				
	B				X	X		
	C						X	
	D						X	
	E							X
	F							
	G							
Vreme (ned.)	Optimističko ( $a_{ij}$ )	4	2	2	4	6	5	1
	Modalno ( $m_{ij}$ )	6	4	4	5	7	9	3
	Pesimističko ( $b_{ij}$ )	9	5	8	7	8	10	5

Potrebno je:

- Projektovati mrežni dijagram.
- Odrediti očekivano vreme  $(te)_{ij}$  i disperziju  $(\sigma^2)_{ij}$ , za svaku aktivnost.
- Odrediti očekivani kritični put.
- Odrediti verovatnoću završetka projekta za 20 nedelja.
- Odrediti verovatnoću završetka aktivnosti C za 13 nedelja.

**Rešenje.** a) Mrežni dijagram razmatranog primera prikazan je na slici I-77.



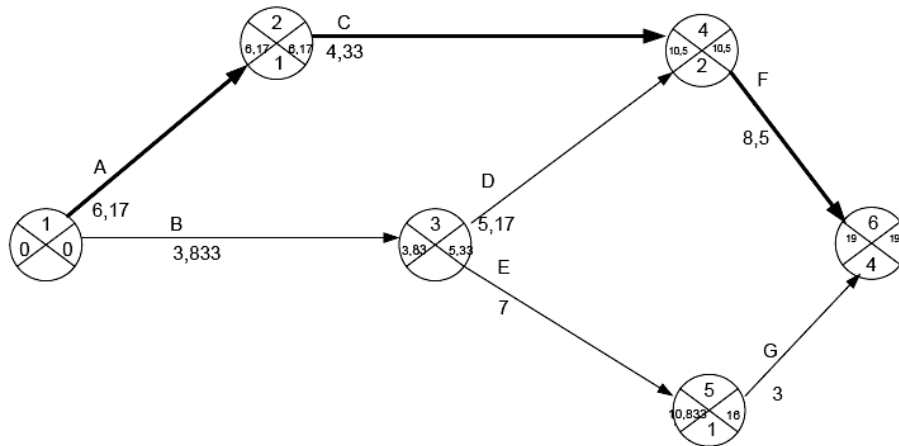
Slika I-77. Pičetni mrežni dijagram

b) Rezultati proračuna očekivanih vremena odvijanja aktivnosti i njihovih varijansi prikazani su u tabeli I-39.

Tabela I-39. Očekivana vremena i varijanse

Aktivnosti	$(te)_{ij}$	$(\sigma^2)_{ij}$
A	6,17	0,70
B	3,833	0,25
C	4,33	1
D	5,17	0,25
E	7	0,11
F	8,5	0,70
G	3	0,44

c) Određivanje najranijeg i najkasnijeg vremena nastupanja događaja i očekivanog kritičnog puta urađeno je na mrežnom dijagramu koji je prikazan na slici I-78.



Slika I-78. Konačni mrežni dijagram

Kritični put sačinjavaju kritične aktivnosti: A-C-F, a trajanja projekta iznosi 19 nedelja.

d) Verovatnoća završetka projekta za  $T_S = 20$  nedelja je:

$$Z_6 = \frac{(T_S)_6 - (T_E)_6}{\sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{24}^2 + \sigma_{46}^2}} = \frac{20 - 19}{\sqrt{0,70 + 1 + 0,70}} = 0,647$$

Na osnovu tabele I-31 i faktora verovatnoće 0,647, verovatnoća razmatranog događaja je  $P(Z) = P(0,647) = 0,74$  ili 74%, što predstavlja relativno veliku verovatnoću postizanja planiranog roka.

e) Verovatnoća završetka aktivnosti C za vreme  $T_S = 13$  nedelja:

$$Z_4 = \frac{(T_S)_4 - (T_E)_4}{\sqrt{\sigma_{12}^2 + \sigma_{24}^2}} = \frac{13 - 10,5}{\sqrt{0,70 + 1}} = 1,92$$



Tabela I-41. Proračunate očekivanih vremena i varijansi

Aktivnost		$(t_e)_{ij}$	$(\sigma^2)_{ij}$
Naziv	Oznaka		
A	A <sub>12</sub>	15	1,00
B	A <sub>13</sub>	11	0,44
C	A <sub>14</sub>	14	1,78
D	A <sub>25</sub>	16,5	1,36
E	A <sub>35</sub>	21	1,78
F	A <sub>37</sub>	26,5	3,36
G	A <sub>34</sub>	10	0,44
H	A <sub>57</sub>	12	0,44
I	A <sub>47</sub>	14	1,00
J	A <sub>46</sub>	8	0,44

Sledeći korak u analizi vremena je određivanje najranijeg vremena nastupanja događaja, prema izrazu:

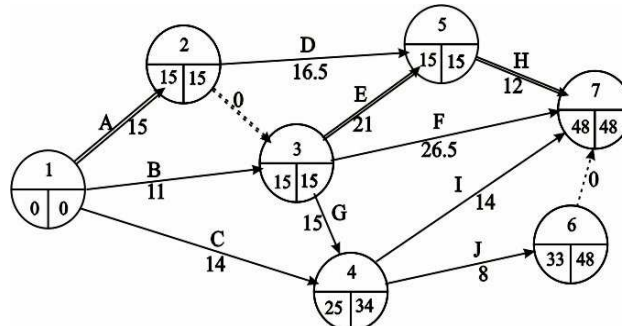
$$(T_E)_j = \max_i \{(T_E)_i + (t_e)_{ij}\}, \quad j = 2, 3, \dots, n,$$

odnosno određivanje najkasnijeg vremena nastupanja događaja:

$$(T_L)_i = \min_j \{(T_L)_j - (t_e)_{ij}\}, \quad i = n-1, n-2, \dots, 1,$$

pri čemu se usvaja:  $(T_E)_1 = 0, \quad (T_L)_n = (T_E)_n.$

Ova dva obračuna vrše se na samom mrežnom dijagramu. Najpre se postupkom „unapred“ odrede vremena najranijeg nastupanja događaja, a zatim se postupkom „unazad“ odrede i vremena najkasnijeg nastupanja događaja. Mrežni dijagram sa sa proračunatim vremenima trajanja aktivnosti, po PERT metodi, dat je na slici I-80.



Slika I-80. Proračun vremena po PERT metodi

Na slici I-80 kritični put je posebno označen (podebljana crna strelica). Kritični put je određen kritičnim događajima kod kojih je vremenska rezerva:

$$R_i = (T_L)_i - (T_E)_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

jednaka 0, i kod kojih aktivnosti ispunjavaju uslov kritičnosti:

$$(T_L)_j - (T_E)_i - (t_e)_{ij} = 0$$

Kritični put prolazi preko sledećih aktivnosti:  $A_{12} \rightarrow A_{23} \rightarrow A_{35} \rightarrow A_{57}$ . Najkraće vreme za koje se može realizovati ovaj projekat, tj. najduži put u mrežnom dijagramu je 48 dana.

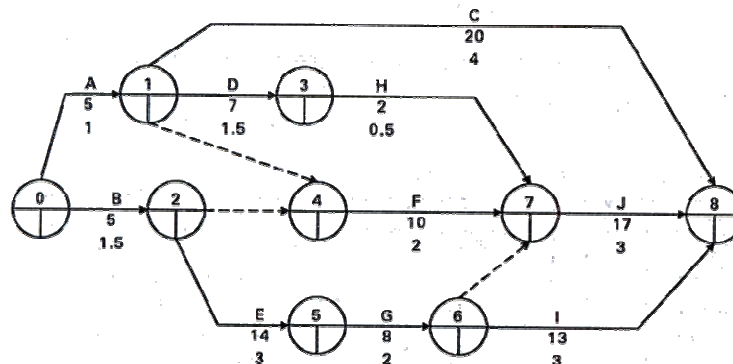
Verovatnoća ostvarenja planiranog roka, tj. završetka projekta, predstavlja verovatnoću nastupanja događaja 7 do kraja 50-og dana. Najpre se određuje faktor verovatnoće prema izrazu:

$$Z_n = \frac{(T_S)_n - (T_E)_n}{\sqrt{(\sigma^2)_n}} = Z_7 = \frac{50 - 48}{\sqrt{1,00 + 1,78 + 0,44}} = \frac{2}{1,794} = 1,115.$$

Na osnovu tabličnih vrednosti iz tabele I-31, za  $Z=1,115$  pronalazimo verovatnoću  $P(Z)=0,865$ . Ovo znači da sa verovatnoćom 86,5% možemo očekivati da će se ostvariti planirani rok završetka projekta.

**Primer 5.2.3.6.** Za mrežni dijagram dat na slici I-81, uraditi:

- izvršiti proračun vremena napred-nazad,
- izračunati matematička očekivanja vremenskih rezervi događaja 1 i 7,
- za događaj 3 izračunati verovatnoću da će biti ostvaren u 10-toj terminskoj jedinici (verovatnoću ispunjenja planiranog roka od  $(T_S)_3 = 10$ ),
- za događaj 4 izračunati verovatnoću da će postati kritičan.



Slika I-81. Mrežni dijagram za primer 5.2.3.6.

**Rešenje:**

- Proračun vremena napred započinje tako što se najranijem vremenu početnog događaja dodeli vrednost 0, a zatim se računa:

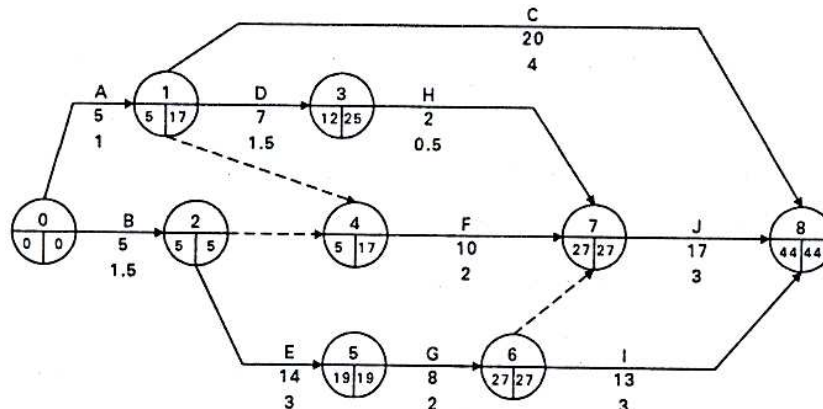
$$\begin{aligned} t_0^0 &= 0 \\ t_1^0 &= 0 + 5 = 5 \\ t_2^0 &= 0 + 5 = 5 \\ t_3^0 &= 7 + 5 = 12 \\ t_4^0 &= \max\{0+5; 0+5\} = 5 \\ t_5^0 &= 5 + 14 = 19 \\ t_6^0 &= 19 + 8 = 27 \\ t_7^0 &= \max\{12+2; 5+10; 27+0\} = 27 \\ t_8^0 &= \max\{5+20; 27+17; 27+13\} = 44 \end{aligned}$$

Proračun vremena unazad započinje tako što se najkasnijem vremenu završnog događaja projekta dodeli vrednost  $t_8^1 = t_8^0 = 44$ , a zatim se računa:

$$t_8^1 = t_8^0 = 44$$

$$\begin{aligned}
 t_7^1 &= 44 - 17 = 27 \\
 t_6^1 &= \min\{27-0; 44-13\} = 27 \\
 t_5^1 &= 27 - 8 = 19 \\
 t_4^1 &= 27 - 10 = 17 \\
 t_3^1 &= 27 - 2 = 25 \\
 t_2^1 &= \min\{17-0; 19-14\} = 5 \\
 t_1^1 &= \min\{44-20; 25-7; 17-0\} = 17 \\
 t_0^1 &= \min\{17-5; 5-5\} = 0
 \end{aligned}$$

Na slici I-82 prikazan je dijagram sa proračunima vremena metodom "napred- nazad".



Slika I-82 Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena napred-nazad

- Matematičko očekivanje vremenske rezerve događaja 1:  
 $S_i = (T_L)_i - (T_E)_i \Rightarrow S_1 = (T_L)_1 - (T_E)_1 = 17 - 5 = 12$

Matematičko očekivanje vremenske rezerve događaja 7:  
 $S_i = (T_L)_i - (T_E)_i \Rightarrow S_7 = (T_L)_7 - (T_E)_7 = 27 - 27 = 0$

- Verovatnoća da će događaj 3 biti ostvaren u 10-toj terminskoj jedinici:  

$$Z_n = \frac{(T_S)_n - (T_E)_n}{\sqrt{(\sigma^2)_n}} = Z_3 = \frac{(T_S)_3 - (T_E)_3}{\sqrt{(\sigma^2)_3}} = \frac{10 - 12}{\sqrt{2,5}} = \frac{-2}{1,58} = -1,265$$

U tabeli I-31. date su vrednosti verovatnoce  $P(Z)$  za  $Z = -1,2$  i  $Z = -1,3$ . Interpotacijom se, za  $Z = -1,265$ , dobija  $P(Z) = 0,1$ , što znači verovatnoća, da će događaj 3 biti ostvaren u 10-toj terminskoj jedinici, iznosi  $P = 10\%$ .

- Verovatnoća da će događaj 4 postati kritičan:

$$Z_n = \frac{(T_E)_n - (T_L)_n}{\sqrt{(\sigma^2)_n}} = Z_4 = \frac{(T_E)_4 - (T_L)_4}{\sqrt{(\sigma^2)_4}} = \frac{5 - 17}{\sqrt{1,5 + 2 + 3}} = \frac{5 - 17}{\sqrt{6,5}} = \frac{-12}{2,55} = -4,7$$

Dobijena vrednost promenljive  $Z$  znači da je verovatnoća da će događaj 4 postati kritičan bliska nuli ( $P(Z) \approx 0$ ), odnosno da praktično ne postoji mogućnost da događaj 4 postane kritičan.



**Primer 5.2.3.7.** Primena metode PERT u nabavci i pripremi za eksploataciju tehničkog materijalnog sredstva novog tipa kroz razradu projekta pod nazivom “Srednji tenk”. Projektni zahtevi, kao i međusobna zavisnost aktivnosti identični su zahtevima i zavisnostima datim u primeru primene metode CPM (primer 5.1.4.8.). Razradom projekta biće obuhvaćeno:

- lista aktivnosti,
- mrežni dijagram sa vremenskim parametrima,
- standardni obrazac za proračun parametara po PERT -u.

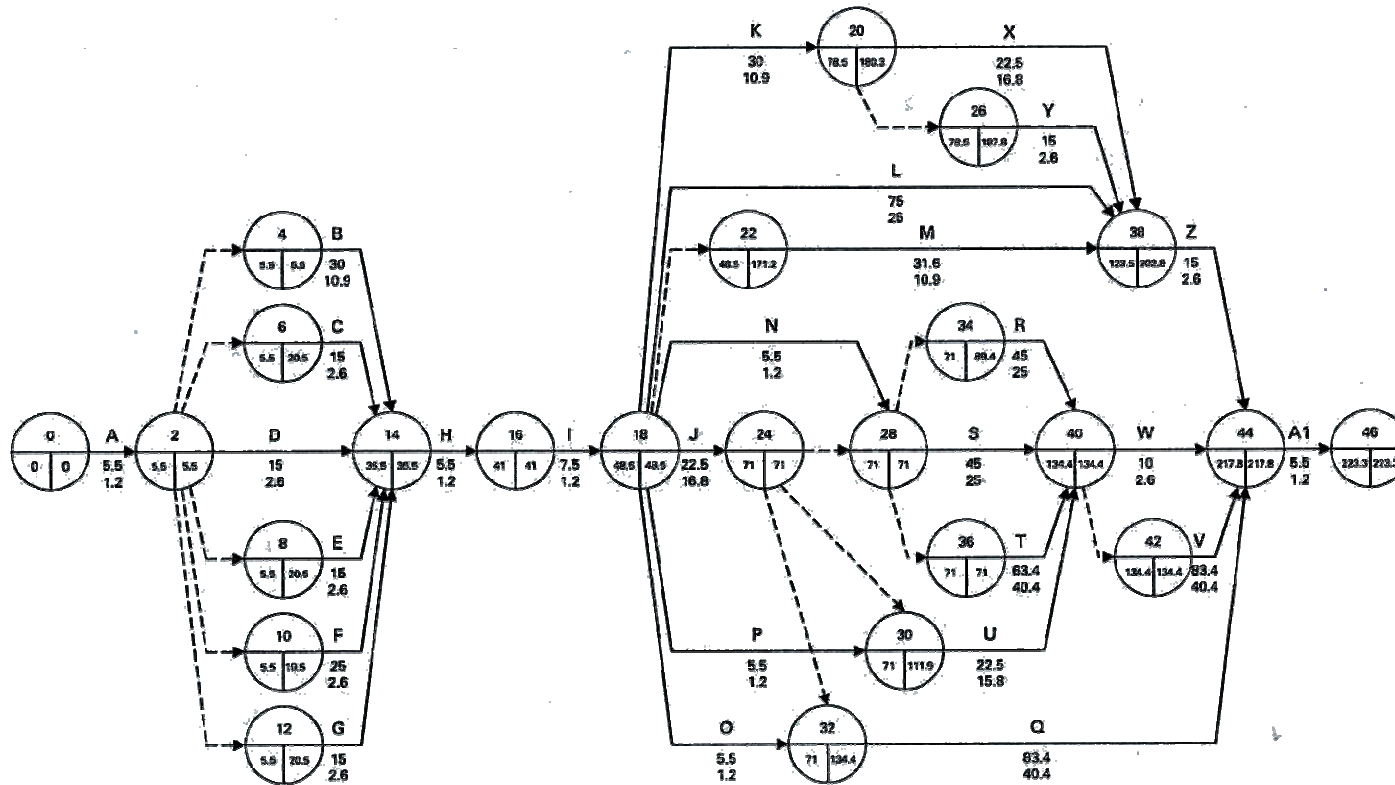
**Rešenje:**

- Lista aktivnosti za projekat “Srednji tenk”, je data u tabeli I-42.

Tabela I-42. Lista aktivnosti za projekat “Srednji tenk”

LISTA AKTIVNOSTI ZA PROJEKAT “SREDNJI TENK”								
i	j	Oznaka	Opis aktivnosti	Odgov. organ	Vreme			
					a	m	b	t <sub>e</sub>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	A	Donošenje načelne odluke o kupovini najnovijeg tipa srednjeg tenka		3	5	10	5,5
4	14	B	Analiza borbenih svojstava raznih tipova srednjih tenkova		20	30	40	30
6	14	C	Analiza uslova plaćanja		10	15	20	15
2	14	D	Analiza mogućnosti dobijanja potrebne teh.dokumentacije		10	15	20	15
8	14	E	Analiza mogućnosti preobuke korisnika		10	15	20	15
10	14	F	Analiza mogućnosti održavanja tehničkih sredstava		20	25	30	25
12	14	G	Analiza mogućnosti isporuke rezervnih delova		10	15	20	15
14	16	H	Odluka o izboru vrste i tipa TMS koja treba nabaviti		3	5	10	5,5
16	18	I	Ugovaranje nabavke određene količine TMS, r/d, tehničke dokumentacije i ugovaranje školovanja kadrova		5	7	12	7,5
18	24	J	Isporuca tehničke dokumentacije		15	20	40	22,5
18	20	K	Isporuca r/d, alata i uređaja za održavanje		20	30	40	30
18	38	L	Prva isporuka tehničkih sredstava		60	75	90	75
22	38	M	Školovanje instruktora kod isporučioaca		25	30	45	31,6
18	28	N	Naređenje o razradi tehnoloških uslova i nadležnosti u održavanju		3	5	10	5,5
18	32	O	Naređenje za izradu imenika delova		3	5	10	5,5
18	30	P	Naređenje za izradu normativa goriva i maziva		3	5	10	5,5
32	44	Q	Izrada imenika delova		70	80	110	83,4
34	40	R	Razrada tehnoloških uslova i normativa za LR		30	45	60	45
28	40	S	Razrada tehnoloških uslova i normativa za SR		30	45	60	45
36	40	T	Razrada tehnoloških uslova i normativa za GR		50	60	90	63,4
30	40	U	Izrada normativa goriva i maziva		15	20	40	22,5
42	44	V	Izrada TU I i II		70	80	110	83,4
40	44	W	Razrada kalkulacija za održavanje nabavljenih TMS		5	10	15	10
20	38	X	Prijem r/d od isporučioaca, te distribucija po skladištima i jedinicama		15	20	40	22,5
26	34	Y	Popuna pokretnih radionica alatom i uređajima za održavanje		10	15	20	15
38	44	Z	Prijem i isporuka TMS od isporučioaca, te distribucija po jedinicama		10	15	20	15
44	46	A <sub>1</sub>	Prijem prve isporuke tehničkih sredstava od korisnika		3	5	10	5,5

2) Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena napred-nazad za projekat "Srednji tenk", prikazan je na slici I-83.



Slika I-83. Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena po metodi PERT

3) Standardni obrazac za proračun parametara po metodi PERT, za projekat “Srednji tenk”, prikazan je u tabeli I-43.

Tabela I-43. Standardni obrazac za proračun parametara po metodi PERT

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>	<i>t<sub>e</sub>(ij)</i>	<i>b-a</i>	$\sigma_{t_e}(ij)$	$\sigma_{t_e}^2(ij)$	<i>j</i>	<i>T<sub>E</sub>(j)</i>	$\sigma_{T_E}^2(j)$	<i>T<sub>L</sub>(j)</i>	$\sigma_{T_L}^2(j)$	<i>S<sub>d</sub>(j)</i>	$\sigma_{S_d}^2(j)$	<i>Z</i>	<i>F(Z)</i>
<b>1</b>	<b>2</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>0</b>	<b>2</b>	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21	0	0	0	0	113.3	0	113.3	0	0.5
<b>2</b>	<b>4</b>	-	-	-	0	0	0	0	2	5.5	1.2	5.5	112.1	0	113.3	0	0.5
<b>2</b>	<b>6</b>	-	-	-	0	0	0	0	4	5.5	1.2	5.5	112.1	0	113.3	0	0.5
<b>2</b>	<b>8</b>	-	-	-	0	0	0	0	6	5.5	1.2	20.5	103.8	15	105	-1.46	0.085
<b>2</b>	<b>10</b>	-	-	-	0	0	0	0	8	5.5	1.2	20.5	103.8	15	105	-1.46	0.085
<b>2</b>	<b>12</b>	-	-	-	0	0	0	0	10	5.5	1.2	10.5	103.8	5	105	-0.49	0.35
<b>2</b>	<b>14</b>	10	15	20	15	10	1.6	2.56	12	5.5	1.2	20.5	103.8	15	105	-1.46	0.085
<b>4</b>	<b>14</b>	20	30	40	30	20	3.3	10.9	14	35.5	12.1	35.5	101.2	0	113.3	0	0.5
<b>6</b>	<b>14</b>	10	15	20	15	10	1.6	2.56	16	41	13.3	41	100	0	113.3	0	0.5
<b>8</b>	<b>14</b>	10	15	20	15	10	1.6	2.56	18	48.5	14.5	48.5	98	0	113.3	0	0.5
<b>10</b>	<b>14</b>	20	25	30	25	10	1.6	2.56	20	78.5	25.4	180.3	20.6	101.8	46	-15	0
<b>12</b>	<b>14</b>	10	15	20	15	10	1.6	2.56	22	48.5	14.5	171.2	14.7	122.7	29.2	-22.6	0
<b>14</b>	<b>16</b>	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21	24	71	31.3	71	82	0	113.3	0	0.5
<b>16</b>	<b>18</b>	5	7	12	7.5	7	1.1	1.21	26	78.5	25.4	187.8	6.4	109.3	31.8	19.4	0
<b>18</b>	<b>20</b>	20	30	40	30	20	3.3	10.9	28	71	31.3	71	82	0	113.3	0	0.5
<b>18</b>	<b>22</b>	-	-	-	0	0	0	0	30	71	31.3	111.9	58.4	40.9	89.7	14.3	0
<b>18</b>	<b>24</b>	15	20	40	22.5	25	4.1	16.81	32	71	31.3	134.4	41.6	63.4	73	-7.4	0
<b>18</b>	<b>28</b>	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21	34	71	31.3	89.4	66.6	18.4	98	-1.86	0.038
<b>18</b>	<b>30</b>	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21	36	71	31.3	71	82	0	113.3	0	0.5
<b>18</b>	<b>32</b>	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21	38	123.5	39.5	202.8	3.8	122.7	43.3	-18.6	0
<b>18</b>	<b>38</b>	60	75	90	75	30	5	25	40	134.4	71.7	134.4	41.6	0	113.3	0	0.5
<b>20</b>	<b>26</b>	-	-	-	0	0	0	0	42	134.4	71.7	134.4	41.6	0	113.3	0	0.5

$i$	$j$	$a$	$m$	$b$	$t_e(ij)$	$b-a$	$\sigma_{t_e}(ij)$	$\sigma_{t_e}^2(ij)$	$j$	$T_E(j)$	$\sigma_{T_E}^2(j)$	$T_L(j)$	$\sigma_{T_L}^2(j)$	$S_d(j)$	$\sigma_{S_d}^2(j)$	$Z$	$F(Z)$
20	38	15	20	40	22.5	25	4.1	16.81	44	217,8	112.1	217.8	1.2	0	113.3	0	0.5
22	38	25	30	45	31.6	20	3.3	10.9	46	223.3	113.3	223.3	0	0	113.3	0	0.5
24	28	-	-	-	0	0	0	0									
24	30	-	-	-	0	0	0	0									
24	32	-	-	-	0	0	0	0									
26	38	10	15	20	15	10	1.6	2.56									
28	34	-	-	-	0	0	0	0									
28	36	-	-	-	0	0	0	0									
28	40	30	45	60	45	30	5	25									
30	40	15	20	40	22.5	25	4.1	16.81									
32	44	70	80	110	83.4	40	6.6	40.35									
34	40	30	45	60	45	30	5	25									
36	40	50	60	90	63.5	40	6.6	40.35									
38	44	10	15	20	15	10	1.6	2.56									
40	42	-	-	-	0	0	0	0									
40	44	5	10	15	10	10	1.6	2.56									
42	44	70	80	110	83.4	40	6.6	40.36									
44	46	3	5	10	5.5	7	1.1	1.21									

**Primer 5.2.3.8.** Planiranje periodičnog pregleda u tehničkoj jedinici ranga čete primenom tehnike mrežnog planiranja - metode PERT. Razradom projekta biće obuhvaćeni:

- a) projektni zahtev,
- b) lista aktivnosti,
- c) matrica međuzavisnosti,
- d) mrežni dijagram sa vremenskim parametrima,
- e) standardni obrazac za proračun parametara po PERT-u.

**Rešenje:**

- a) Projektni zahtev za projekat: “Periodični pregled”

Periodični pregled (PP) se sprovodi radi provere tehničkog stanja, kompletnosti i ažurnosti dokumentacije i sticanja uvida u stepen obučenosti celokupnog ljudstva jedinice za poznavanje, rukovanje i opsluživanje tehničko materijalnim sredstvima (TMS), kao i osposobljenosti za osnovno održavanje. Periodične preglede planira, organizuje i obavlja starešina ranga komandira čete i pri tome angažuje celokupni sastav svoje jedinice.

Za uspesno izvršenje pregleda potrebna je adekvatna priprema ljudstva, tehničkih materijalnih sredstava, tehničke dokumentacije, sredstava za čišćenje i podmazivanje i valjano urađeni planovi i podsetnici. Planom izvršenja pregleda treba obuhvatiti aktivnosti koje izvršava komandir čete, komandiri vodova i odeljenja, četni starešina i ostalo ljudstvo u četi. Potrebno je predvideti blagovremeno izuzimanje naoružanja, tehničkih knjižica (TK), sredstava za čišćenje i odrediti radna mesta za izvršenje pojedinih aktivnosti. Komandir svojim planom mora odrediti koja će sredstva pregledati kao i težište u toku vršenja pregleda i kontrole. Takođe je neophodno planirati i analizu izvršenja PP.

**Zadatak:** Koristeći tehniku mrežnog planiranja napraviti plan izvršenja periodičnog pregleda čija će realizacija omogućiti punu efikasnost i racionalnost pri izvršenju pregleda. Analizom strukture prikazati međusobnu logičku zavisnost aktivnosti, a analizom vremena pronaći kritične aktivnosti i time odrediti težište pri kontroli toka izvršenja pregleda. Početna aktivnost je priprema komandira čete za izvršenje pregleda. Završna aktivnost je referisanje komandantu bataljona o izvršenom periodičnom pregledu.

- b) Lista aktivnosti za projekat “Periodični pregled”, prikazana je u tabeli I-44.

Tabela I-44. Lista aktivnosti za projekat “Periodični pregled TMS”

i	j	Oznaka	Opis aktivnosti	Odgov. organ	Vreme			
					a	m	b	t <sub>e</sub>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	01	Priprema za izvršenje periodičnog pregleda	kdir čete	45	47.3	60	49
2	4	02	Priprema kdira odeljenja za izvršenje periodičnog pregleda	kdiri odeljenja	30	34.5	60	38
2	6	03	Izrada plana rada komandira vodova	kdiri vodova	15	17.2	30	19
2	8	04	Priprema: tehničke dokumentacije, listi zaduženja, putnih radnih listi (PRL) i sredstava za čišćenje i podmazivanje, raznih pomoćnih alata i uređaja itd.	četni starešina	40	41.5	50	44
2	10	05	Izrada plana rada komandira čete	kdir čete	15	17.2	30	19
2	58	06	Priprema vozila za pregled u auto-parku	vozači	180	183	100	185
4	20	07	Raport komandiru voda	kdiri odeljenja	1	1.5	5	2

6	12	08	Izrada podsetnika za redosled pregleda TMS u vodu	kdiri vodova	15	17.2	30	19
8	14	09	Izdavanje kdirima vodova tehničkih knjižica i upustava (TK i TU), naoružanja i sredstava za čišćenje i priprema četnog RAP-a	četni starešina	5	6.5	15	8
10	18	10	Izrada podsetnika za redosled pregleda na pojedinim TMS u četi	kdir čete	15	17.2	30	19
12	16	11	Izdavanje naređenja kdirima odeljenja, da vojnici uzmu naoružanje i ostala potrebna sredstva i praćenje toka zadatka	kdiri vodova	5	5.6	10	6
14	60	12	Izvršavanje u toku obilaska jedinica: - vanrednih zadataka prema naređenjima kdira cete - kontrole ažurnosti TK, tehničke dokumentacije i PRL u jedinicama	četni starešina	240	240	300	250
16	20	13	Izuzimanje od četnog evidentičara TK i naoružanja vojnika koji su privremeno odsutni i potrebnih TU i MS	kdiri vodova	5	6.5	15	8
18	22	14	Kontrola da li je četni starešina pripremio materijale, sredstava, tehničku dokumentaciju i TU	kdir čete	5	6.5	15	8
20	24	15	Prijem stroja i kontrola da li su izneta sva sredstva, podela TK i ostalih sredstava	kdiri vodova	5	5.6	10	6
22	30	16	Kontrola oružja i opreme vojnika koji su odsutni i konzervisanog naoružanja i opreme	kdir čete	5	6.5	15	8
22	42	17	Kontrola ažurnosti TK sredstava u magacinu i PRL	kdir čete	15	17.2	30	19
24	28	18	Određivanje mesta rada svakog odeljenja	kdiri vodova	3	4	10	5
26	30	19	Kontrola da li su vraćeni neutrošena municija i čaure	kdir čete	1	1.5	5	2
28	32	20	Određivanje mesta za rad svakog vojnika	kdiri odeljenja	2	2.5	5	3
28	34	21	Saopštenje cilja pregleda, sadržaja i toka rada pri pregledu	kdiri vodova	5	5.6	10	6
30	36	22	Kontrola dugovanja TMS u četnom magacinu i načina zaduženja vojnika	kdir čete	5	5.6	10	6
32	38	23	Kontrola ispravnosti i čistoće sredstava za čišćenje	kdiri odeljenja	1	1.5	5	2
34	40	24	Provera poznavanja pravila o održavanju TMS, naređenje za rasklapanje i čišćenje i priprema naoružanja i ostalih TMS za pregled	kdiri vodova	10	13.5	20	14
36	42	25	Kontrola da li se pravilno čuvaju akumulatori, sredstva veze i zaštitna sredstva	kdir čete	5	6.5	15	8
38	44	26	Naređenje vojnicima za izvršenje radnji predviđenih za periodični pregled	kdiri odeljenja	1	1.5	5	2
40	46	27	Predaja raporta kdiru čete pri dolasku u vod	kdiri vodova	1	1.5	5	2

40	52	28	Rasklapanje i čišćenje naoružanja, pregled TMS, provera poznavanja, rukovanja i održavanja TMS	kdiri vodova	45	46.5	55	48
42	54	29	Kontrola slanja neispravnih TMS na opravku u tehničku radionicu	kdir čete	5	7.2	20	9
44	50	30	Praćenje rada svakog vojnika, otklanjanje uočenih nedostataka, rad prema dogovoru na pripremi	kdiri odeljenja	120	122	135	124
46	52	31	Praćenje kdira čete i četnog starešine, pregled sa njima TMS, provera poznavanja rukovanja i održavanja TMS	kdiri vodova	5	46.5	55	46
48	54	32	Kontrola rešavanja manjkova i šteta	kdir cete	3	4	10	5
50	64	33	Ciscenje licnog naoruzanja	kdiri odeljenja	5	6.5	15	8
52	64	34	Otklanjanje uočenih nedostataka, naređivanje i kontrola podmazivanja TMS i sklapanje ličnog naoružanja	kdiri vodova	40	41.5	50	44
54	56	35	Primanje raporta kdira vodova, rad po svom planu rada i podsetniku za rad, proveravanja opsobljenosti vojnika u poznavanju, rukovanju i održavanju TMS	kdir čete	180	190	200	190
56	58	36	Unošenje podataka o broju pregledanih sredstava i uočenih nedostataka	kdir čete	5	6.5	15	8
58	60	37	Kdir čete po dolasku u auto-park: - posmatra rad vojnika-vozača pri pregledu - pravilnost izvršenja radnji u održavanju i način korišćenja upustava o pregledu - proverava osposobljenost vozača za poznavanje i održavanje m/v, vođenje putnih radnih lista i dr.	kdir čete	15	17.2	30	19
60	62	38	Izvršavanje pregleda sa težištem na stanju IK alata i r/d, količini i stanju ulja u motoru i transmisiji, nivou tečnosti za hlađenje, količini elektrolita u akumulatoru, popunjenosti gorivom, podmazanosti m/v, kontroli pritiska i stanju guma, stanju uređaja za kočenje, upravljanje, osvetljavanje i signalizaciju	kdir čete	30	30.5	45	33
62	64	39	Sređivanje podataka o nađenom stanju	kdir čete	15	17.2	30	19
64	66	40	Naređenje da se skupe u četni magacin: neispravna oprema, naoružanje i dotrajali delovi pribora, neispravni delovi alata m/v i dr.	kdir čete	2	2.5	5	3
64	72	41	Analiza sa komandirima vodova i četnim starešinom na kojoj se iznose: nađeno stanje, propusti u radu pojedinaca, zapažanja u pogledu obučenosti vojnika i zadaci radi otklanjanja uočenih slabosti i određivanje rokova za izvršenje	kdir čete	30	30.5	45	33
66	72	42	Preuzimanje od kdira vodova TMS za opravku,	četni	5	6.5	15	8

			sredstava za čišćenje i dr. sredstava koja su izdata iz četnog magacina	starešina				
68	72	43	Davanje predloga za poboljšanje rada	kdir čete	2	2.5	5	3
70	72	44	Isticanje pojedinca i saopštavanje ocene nadenog stanja za svaki vod	kdir čete	2	2.5	5	3
72	74	45	Narešenje za predaju neispravnih TMS u tehničku radionicu	kdir čete	5	7.2	20	9
74	78	46	Raspravljanje na sastanku vojničkog kolektiva o uočenim subjektivnim slabostima	kdir čete	15	17.2	30	19
76	78	47	Pokretanje postupka za nadoknadu štete za ostećenja-manjkove	kdir čete	10	11.5	20	13
78	80	48	Na referisanju kod k-danta saopštavanje o nadenom stanju i preduzetim merama	kdir čete	5	8.7	20	10

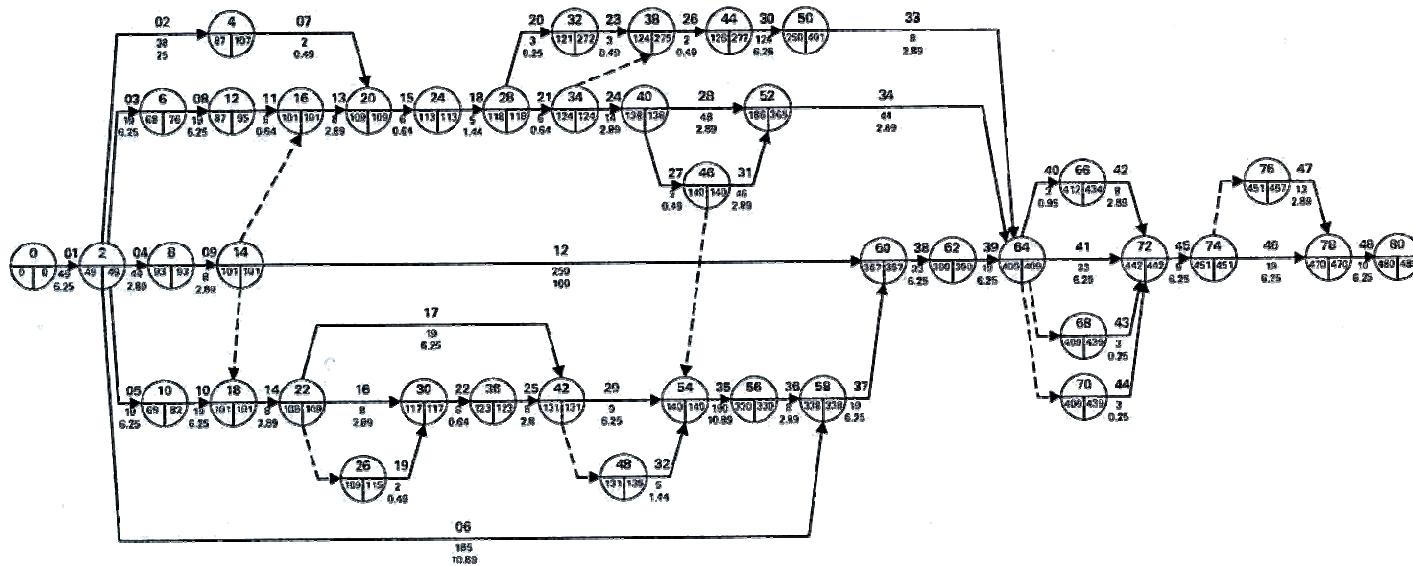
c) Matrica međuzavisnosti za projekat "Periodični pregled TMS", tabela I-45.

Tabela I-45. Matrica međuzavisnosti

<b>Aktivnost</b>	<b>Prethodna aktivnost</b>	<b>Aktivnost</b>	<b>Prethodna aktivnost</b>
01	-	25	22
02	01	26	21,23
03	01	27	24
04	01	28	24
05	01	29	17,25
06	01	30	17,25
07	02	31	26
08	03	32	27
09	04	33	17,25
10	05	34	30
11	08	35	28,31
12	09	36	27,29,32
13	09,11	37	35
14	09,10	38	06,36
15	07,13	39	12,37
16	14	40	38
17	14	41	33,34,39
18	15	42	40
19	14	43	33,34,39
20	18	44	33,34,39
21	18	45	41,42,43,44
22	16,19	46	45
23	20	47	45
24	21	48	46,47



d) Mrežni dijagram sa urađenim proračunom vremena napred-nazad prikazan je na slici I-84.



Slika I-84. Mrežni dijagram za projekat "Periodični pregled"

e) Standardni obrazac za proračun parametara po PERT-u, za projekat "Periodični pregled", prikazan je u tabeli I-46.

Tabela I-46 Standardni obrazac za proračun parametara po PERT metodi

$i$	$j$	$a$	$m$	$b$	$t_e(ij)$	$b-a$	$\sigma_{t_e}(ij)$	$\sigma_{t_e}^2(ij)$	$j$	$T_E(j)$	$\sigma_{T_E}^2(j)$	$T_L(j)$	$\sigma_{T_L}^2(j)$	$S_d(j)$	$\sigma_{S_d}^2(j)$	$Z$	$F(Z)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0	2	45	47.3	60	49	15	2.5	6.25	0	0	0	0	85.12	0	85.12	0	0.5
2	4	30	34.5	60	38	30	5	25	2	49	6.25	49	78.87	0	85.12	0	0.5
2	6	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	4	87	31.25	107	37.37	20	68.62	-2.4	0.008
2	8	40	41.5	50	44	10	1.7	2.89	6	68	12.5	76	44.66	8	57.16	-1.1	0.13
2	10	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	8	93	9.14	93	75.98	0	85.12	0	0.5
2	58	180	183	200	185	20	3.3	10.89	10	68	12.5	82	79.34	14	91.84	-1.6	0.055
4	20	1	1.5	5	2	4	0.7	0.49	12	87	18.75	95	38.41	8	57.16	-1.1	0.135
6	12	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	14	101	12.03	101	73.09	0	85.12	0	0.5
8	14	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	16	101	12.03	101	37.77	0	49.8	0	0.5
10	18	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	18	101	12.03	101	73.09	0	85.12	0	0.5
12	16	5	5.6	10	6	5	0.8	0.64	20	109	14.92	109	36.88	0	51.8	0	0.5
14	60	240	240	300	250	60	100	100	22	109	14.92	109	70.2	0	85.12	0	0.5
16	20	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	24	113	15.56	113	36.24	0	51.8	0	0.5
18	22	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	26	109	14.92	115	67.8	6	82.72	-10	0
20	24	5	5.6	10	6	5	0.8	0.64	28	118	17	118	34.8	0	51.8	0	0.5
22	30	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	30	117	17.81	117	67.31	0	85.12	0	0.5
22	42	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	32	121	17.25	273	35.12	152	52.37	-21.1	0
24	28	3	4	10	5	7	1.2	1.44	34	124	17.64	124	34.16	0	51.8	0	0.5
26	30	1	1.5	5	2	4	0.7	0.49	36	123	18.45	123	66.67	0	85.12	0	0.5
28	32	2	2.5	5	3	3	0.5	0.25	38	124	17.74	275	34.63	151	52.37	-20.9	0
28	34	5	5.6	10	6	5	0.8	0.64	40	138	20.53	138	31.27	0	51.8	0	0.5
30	36	5	5.6	10	6	5	0.8	0.64	42	131	21.34	131	63.78	0	85.12	0	0.5
32	38	1	1.5	5	2	4	0.7	0.49	44	126	18.23	277	34.14	151	52.37	-20.9	0

$i$	$j$	$a$	$m$	$b$	$t_e(ij)$	$b-a$	$\sigma_{t_e}(ij)$	$\sigma_{t_e}^2(ij)$	$j$	$T_E(j)$	$\sigma_{T_E}^2(j)$	$T_L(j)$	$\sigma_{T_L}^2(j)$	$S_d(j)$	$\sigma_{S_d}^2(j)$	$Z$	$F(Z)$
34	40	10	13.5	20	14	10	1.7	2.89	46	140	21.02	140	30.78	0	51.8	0	0.5
36	42	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	48	131	21.34	135	57.53	4	78.87	-0.4	0.344
38	44	1	1.5	5	2	4	0.7	0.49	50	250	24.48	401	27.89	151	52.37	-20.9	0
40	46	1	1.5	5	2	4	0.7	0.49	52	186	23.91	365	27.89	179	51.8	-24.8	0
40	52	45	46.5	55	48	10	1.7	2.89	54	140	27.59	140	57.53	0	85.12	0	0.5
42	54	5	7.2	20	9	15	2.5	6.25	56	330	38.48	330	46.64	0	85.12	0	0.5
44	50	120	122	135	124	15	2.5	6.25	58	338	41.37	338	43.75	0	85.12	0	0.5
46	52	45	46.5	55	46	10	1.7	2.89	60	357	47.62	357	37.5	0	85.12	0	0.5
48	54	3	4	10	5	7	1.2	1.44	62	390	53.87	390	31.25	0	85.12	0	0.5
50	64	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	64	409	60.12	409	25	0	85.12	0	0.5
52	64	40	41.5	50	44	10	1.7	2.89	66	412	60.37	434	21.64	22	82.01	-2.4	0.008
54	56	180	190	200	190	20	3.3	10.89	68	409	60.12	439	19	30	79.12	-3.4	0
56	58	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89	70	409	60.12	439	19	30	79.12	-3.4	0
58	60	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	72	442	66.37	442	18.75	0	85.12	0	0.5
60	62	30	30.5	45	33	15	2.5	6.25	74	451	72.62	451	12.5	0	85.12	0	0.5
62	64	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25	76	451	72.62	457	9.14	6	81.76	-0.7	0.242
64	66	2	2.5	5	3	3	0.5	0.25	78	470	78.87	470	6.25	0	85.12	0	0.5
64	72	30	30.5	45	33	15	2.5	6.25	80	480	85.12	480	0	0	85.12	0	0.5
66	72	5	6.5	15	8	10	1.7	2.89									
68	72	2	2.5	5	3	3	0.5	0.25									
70	72	2	2.5	5	3	3	0.5	0.25									
72	74	5	7.2	20	9	15	2.5	6.25									
74	78	15	17.2	30	19	15	2.5	6.25									
76	78	10	11.5	20	13	10	1.7	2.89									
78	80	5	8.7	20	10	15	2.5	6.25									

### 5.3. Poređenje CPM i PERT metoda

U predhodnom izlaganju zaključano je da se u proračunu pojedinih podataka koji se odnose na događaje ima sličnosti između ovih metoda. Međutim, razlike koje postoje su značajne, pa se ukazuje na njih.

Metoda CPM težište razmatranja stavlja na detaljnije sagledavanje svih aktivnosti u projektu, dok je kod PERT metoda težište na što boljem sagledavanju vremena nastupanja događaja. Posmatrano po pojedinim etapama odvijanja analize vremena, te razlike su u sledećem:

- 1) U proceni vremena:
  - a. CPM metod polazi od jedne (determinističke) procene vremena trajanja svake aktivnosti,  $t_{ij}$ ,
  - b. PERT metod vrši tri procene vremena za svaku aktivnost ( $a_{ij}$ ,  $m_{ij}$  i  $b_{ij}$ ), pa na osnovu tih podataka određuje očekivano vreme trajanja aktivnosti ( $t_e$ )<sub>ij</sub>.
- 2) U proračunu vremena:
  - a. CPM metod za svaku aktivnost određuje četiri parametra, najranija i najkasnija vremena početaka i završetaka aktivnosti:  $t_{i0}$ ,  $t_{i1}$ ,  $t_{j0}$ , i  $t_{j1}$ .
  - b. PERT metod proračunava najranije i najkasnije vreme nastupanja svakog događaja TE i TL.
- 3) U kritičnim elementima projekta:
  - a. kod CPM metoda to su kritična aktivnost i kritični put,
  - b. kod PERT metoda to su kritični događaj, kritična aktivnost i kritični put;
- 4) Kod vremenskih rezervi:
  - a. CPM metod određuje tri vrste vremenskih rezervi za svaku aktivnost,
  - b. PERT metod određuje vremensku rezervu događaja i izračunava verovatnoću dostizanja planiranog roka događaja.

## 6. Analiza resursa

### 6.1. Uvod

Planiranje realizacije projekta može da obuhvati više vrsta planova, zavisno od primenjenog pristupa upravljanja projektom. U pristupu koji se ovde prikazuje, upravljanje projektom se odvija preko tri osnovna elementa, a to su: **vreme**, **resursi** i **troškovi**. Zbog toga se i u planiranju realizacije projekata, u ovom pristupu, vrši planiranje vremena, zatim planiranje resursa i planiranje troškova.

**Planiranje vremena** obuhvata definisanje redosleda aktivnosti u projektu, procenu vremena izvršena pojedinih aktivnosti i procenu vremena završetka celokupnog projekta. U ovom postupku radi se veći broj vremenskih planova tehnikom mrežnog planiranja i gantogramima, i to kako globalnih tako i detaljnih planova.

Pre svega radi se globalni (master) plan projekta, zatim mrežni plan i gantogram ključnih događaja, i razne vrste operativnih i detaljnih mrežnih planova koji se odnose na deo projekta, fazu rada na projektu, pojedinačnog izvođača, itd.

**Planiranje resursa** obuhvata planiranje materijala potrebnog za realizaciju projekta, zatim planiranje potrebne opreme, radne snage, itd. Tu se definiše potrebna količina i vrsta materijala, planira broj potrebnih radnika različitih profila, optimizacija rasporeda radnika na pojedine poslove, itd. Odgovarajući planovi se odnose na planiranje materijala, planiranje opreme i kadrova i optimizaciju resursa, uz korišćenje odgovarajućih planova i planskih izveštaja.

**Planiranje troškova** obuhvata definisanje troškova pojedinih delova projekta ili faza rada, i definisanje troškova projekta u celini. Ovakav pristup planiranju troškova definisan je takođe odgovarajućim planovima i planskim izveštajima.

Planovi vremena, resursa i troškova se, zbog obimnosti i složenosti, obrađuju preko računara.

Postupak planiranja realizacije projekta počinje planiranjem vremena, odnosno izradom vremenskih planova odvijanja radova na projektu. Najpre treba definisati cijeve projekta i u postupku planiranja krenuti od njih i bazirati se na njima. Uobičajeni opšti ciljevi realizacije projekta su da se projekat završi u najkraćem vremenu i sa najmanjim troškovima, odnosno u planiranom vremenu i sa planiranim troškovima. Nakon definisanja ciljeva projekta sledeći korak je strukturiranje projekta na nekoliko podprojekata, koji predstavljaju posebne celine. S obzirom da podprojekti predstavljaju posebne celine, oni se mogu samostalno realizovati i njima se može upravljati. Za strukturiranje projekta se koristi metod organizaciono-tehnološkog strukturiranja projekta.

Kod većih i složenih projekata, koji se najčešće sastoje od više objekata, prva etapa u strukturiranju je sasvim jednostavna. Naime svaki od ovih posebnih objekata predstavlja jedan podprojekat. Tipičan primer je izgradnja neke veće proizvodne fabrike koja se sastoji od nekoliko proizvodnih ili neproizvodnih objekata kao što su: proizvodna hala, magacin, trafostanica, kotlarnica, upravna zgrada, itd.

Kod jednostavnijih projekata kod kojih je u pitanju samo jedan objekat, strukturiranje je nešto složenije. U tom slučaju razdvajanje projekta na manje celine vrši se u skladu sa fazama u projektu. Ovaj način se koristi i kao druga etapa u strukturiranju složenih projekata kada se najpre razdvoje pojedinačni objekti.

Nakon toga se utvrđuju veze između pojedinih podprojekata unutar njih, zavisno od nivoa do koga se u strukturiranju išlo, čime se dobija fizički redosled izvršenja poslova pojedinim podprojektima i u projektu u celini i dobija mogućnost da se formira grafička predstava (mreža) fizičkog redosleda izvršenja poslova, što predstavlja osnov za izradu planova vremenske realizacije projekta, najpre grubih, a zatim i detaljnih planova.

Ukoliko se može proceniti vreme potrebno za izgradnju svakog pojedinog objekta ili faze izgradnje moguće je napraviti globalni plan realizacije projekta, koji se prikazuje preko mrežnog dijagrama.

Ovaj globalni plan može ujedno predstavljati i plan ključnih događaja. Nakon utvrđivanja i razrade jednog grubog plana definišu se pojedinačne aktivnosti i njihov redosled i međuzavisnost u svakom podprojektu, zatim procena njihovog vremenskog trajanja, i tako se dolazi do detaljnih mrežnih planova. Oni mogu biti urađeni za svaki podprojekat posebno a takođe i za projekat u celini. Detaljni mrežni planovi za svaki podprojekat su veoma pogodni za operativno korišćenje u upravljanju realizacijom projekta, i njih treba obavezno praviti bez obzira da li se radi i detaljni mrežni plan projekta u celini.

U ovom delu planiranja vrši se detaljna razrada projekta i definisanje odgovarajućih mrežnih planova koji su baza za upravljanje realizacijom celokupnog projekta. Da bi se konačno razradili i definisali svi potrebni planovi realizacije projekta, trebalo bi utvrditi potrebna sredstva, materijal, kadrove i dr. za realizaciju projekta. Na osnovu svih ovih procena i potrebnih usklađivanja vremenskih planova sa raspoloživim reursima i troškovima, moguće je izraditi konačne planove realizacije projekta i izvršiti raspodelu poslova pojedincima da ih završe.

Nakon toga raspoložive mrežne planove treba analizirati sa stanovišta vremena, resursa i troškova. Ova analiza se vrši uz pomoć računara i ona pruža veliki broj planskih podataka, veličina koje su neophodne da se sa njima porede ostvarene veličine i vrši kontrola realizacije projekta. Ovi obrađeni podaci iz računara daju se u vidu računarskih izveštaja i obično se nazivaju planski izveštaji. To su najčešće računarski izveštaji čiji su oblik i sadržina uglavnom standardni.

## **6.2. Planiranje resursa**

Planiranje resursa, kao poseban podproces u okviru procesa planiranja projekta obuhvata sledeće aktivnosti:

- utvrđivanje potrebnih količina pojedinih resursa,
- određivanje vremenskih termina kada su pojedini resursi potrebni,
- obezbeđenje potrebnih resursa u potrebnim količinama, potrebnom kvalitetu i u potrebnom trenutku.

### **6.2.1. Planiranje i nabavka materijala**

Materijal predstavlja predmet rada. Pod pojmom “materijal” se podrazumevaju svi materijali i delovi koji su potrebni za izgradnju jednog investicionog objekta do njegovog puštanja u rad, odnosno svi materijali koji su neophodni za proces proizvodnje.

Normativni materijali, kao što su potrebne sirovine za proizvodnju, aditivi, energofluidi i slično u principu ne ulaze u planiranje i nabavku za projekat. Izuzetak je slučaj kada je ugovoreno puštanje u rad i probna proizvodnja izgrađenog pogona, kada u plan nabavke materijala ulaze i normativni materijali, ali samo za period puštanja u rad i period probnog rada, odnosno dokazivanja performansi.

Ključni argumenti potrebe za pažljivim planiranjem i kontrolom nabavke materijala su:

- a) Ukoliko je materijal nabavljen pre roka, povećavaju se troškovi, zbog sledećih razloga:
  - a. cena zarobljenog kapitala, plaćanja kamata ako se koriste bankarska sredstva,
  - b. plaćaju se troškovi skladištenja, ležarine, i sl.,
- b) Ukoliko materijal kasni, odnosno, nije raspoloživ u predviđeno vreme, štete nastaju zbog:
  - kašnjenja realizacije projekta, plaćanja penala,
  - angažovana radna snaga, podizvođači i oprema čekaju, što se plaća, i sl.

Tehnološka oprema, kao veoma skupa i kompleksna je obično predmet posebnog planiranja i ugovaranja. Vremenski posmatrano, podproces planiranja i nabavke se sastoji od sledećih faza:

- a) izrada specifikacija potrebnog materijala i delova, odnosno, utvrđivanje potrebnih količina materijala, delova i drugog u odgovarajućem kvalitetu, naručivanje, i
- b) nabavka potrebnog materijala.

Specifikacije potrebnih materijala i delova se rade na osnovu glavnih (izvođačkih) projekata. Materijali se najčešće specificiraju po vrstama. U toku projektovanja se rade preliminarne specifikacije, koje služe za prikupljanje ponuda, izbora ponuđača, odnosno podizvođača i proizvođača. Na osnovu iskustva i preliminarnih specifikacija i prikupljenih ponuda se procenjuju troškovi, odnosno formira se budžet projekta.

Kod naručivanja i nabavke materijala, razlikuju se sledeći tipovi nabavke:

- nabavka materijala za potrebe projekta sa zaliha kompanije, i
- nabavka za projekat.

**Nabavka sa zaliha kompanije** je preporučljiva u slučaju kada je kompanija velika (samim tim su i zalihe velike), i kada je veličina projekta takva da ne opravdava posebno skladištenje za projekat. Tada je nabavka materijala u kompaniji centralizovana. Uslov za ovakav način nabavke (trebovanja) materijala je da su zalihe kompanije dovoljno velike, odnosno, da na zalihama kompanije ima odgovarajućih materijala. Materijal se izuzima sa zaliha u trenutku kada je potreban, po ranije utvrđenoj i najavljenoj dinamici.

**Nabavka za projekat** je drugi način nabavke. Celokupno planiranje nabavke je spuštено na nivo projekta, pa su faze u realizaciji nabavke sledeće:

- a) utvrđivanje mogućih dobavljača, prikupljanje ponuda za isporuku, a na osnovu ranije pripremljenih specifikacija potrebnih materija, koje sadrže količine, potrebne kvalitete, oblike, posebne zahteve i slično;
- b) izbor najpovoljnijeg dobavljača, koji se po pravilu vrši po više kriterijuma, kao što su cena, rok, način plaćanja, reputacija, raniji poslovni odnosi, i upućivanje porudžbine;
- c) praćenje izrade u slučajevima posebnih zahteva i kontrola isporuke;
- d) efikasan prijem, prijemna kontrola, koja može biti kvalitativna i kvantitativna, pravilno skladištenje materijala do njegove ugradnje.

Nabavka za projekat ima svoje prednosti i nedostatke. Prednosti nabavke materijala i delova za projekat sa posebnim skladištenjem su:

- uvek ima potrebnog materijala u datom trenutku;
- bolja mogućnost praćenja i kontrole troškova.

Kao nedostaci nabavke materijala i delova za projekat mogu se navesti:

- kada se istovremeno realizuje više projekata, treba nabavljati odvojeno i skladištiti različite materijale i delove;
- veći troškovi skladištenja, obrade materijala, veća angažovana radna snaga.

### **6.2.2. Planiranje i nabavka opreme**

Pod opremom se podrazumeva tehnološka oprema koja obezbeđuje odvijanje planiranog proizvodnog procesa. Vrsta i tipovi opreme mogu biti veoma različiti u zavisnosti od tipa industrije u kojoj, ili za koju se realizuje investicioni projekat, pri čemu to može biti: hemijska industrija, metaloprerađivačka, mašinogradnja, prerada drveta, tekstilna, prehrambena, uopšte procesna industrija, termoelektrane, hidroelektrane, itd.

Prema ovome, i sama oprema može biti veoma raznorodna, kao što su peći, kompresori, kotlovi, mašine za obradu metala, drveta, tekstila i drugih materijala.

Planiranje nabavke opreme, kao podproces planiranja realizacije projekta ima sledeće glavne faze:

- izrada specifikacija potrebne opreme, koja se radi na osnovu projektne dokumentacije, najčešće na osnovu idejnih projekata;
- istraživanje mogućih proizvođača, prikupljanje ponuda, njihovo razmatranje i gradiranje,
- pregovori o uslovima nabavke;
- naručivanje opreme;
- praćenje i kontrola za vreme fabrikacije, pri čemu je u složenijim slučajevima potrebna i međufazna kontrola;



- kvalitativni i kvantitativni prijem opreme, pri čemu se najčešće oprema prima kod proizvođača, uz ispitivanja, i u složenijim slučajevima uz probnu montažu i puštanje u rad;
- propisano privremeno skladištenje do montaže.

### 6.2.3. Planiranje i raspoređivanje radne snage

Mrežni plan realizacije projekta predstavlja polaznu osnovu za planiranje svih resursa potrebnih za realizaciju projekta, pa i osnovu za planiranje radne snage. Uobičajeno je da se u prvim fazama planiranja realizacije raspoloživost pojedinih resursa ne uzima u obzir, tako da su rezultat tih planiranja preliminarni mrežni planovi, koji se nakon toga usklađuju sa raspoloživim resursima, odnosno, vrše se njihova poboljšanja i optimizacije.

Sušтина problema raspoređivanja radne snage jeste određivanje najpovoljnijeg rasporeda angažovanja radnika različitog profila. S obzirom da potrebni profili radnika za realizaciju pojedinih aktivnosti projekta nisu uvek raspoloživi u odgovarajućem broju i u potrebnim periodima vremena, potrebno je da se izvrši optimalna raspodela raspoloživih kadrova, sa ciljem da ukupno vreme i ukupni troškovi realizacije projekta budu što manji. Ovaj problem se rešava *metodom optimizacije radne snage*. Ovaj metod se zasniva na odlaganju, odnosno pomeranju izvršenja pojedinih aktivnosti, čime se oslobađa deo prekobrojnih kadrova, koji se mogu rasporediti na one aktivnosti gde ti kadrovi nedostaju.

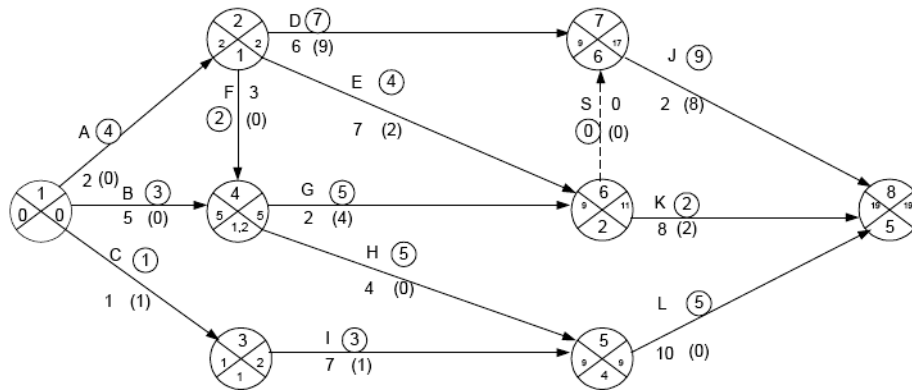
Treba imati na umu da vreme trajanja pojedinih aktivnosti i potrebni resursi za izvršenje stoje u određenoj uzajamnoj vezi, koja može biti linearna ili nelinearna. U nekim posebnim slučajevima, vreme trajanja aktivnosti se ne može skratiti povećanjem angažovanog resursa, kao što su neki radovi u ograničenom prostoru, montaža složene opreme i njeno povezivanje, tamo gde su vremena tehnološki propisana i uslovljena. Faze podprocesa planiranja radne snage su:

- utvrđivanje potreba za pojedinim vrstama radnika,
- prethodno raspoređivanje radnika na pojedine aktivnosti,
- optimizacija rasporeda radne snage.

Radna snaga kao resurs može biti homogena, kada se zahteva samo jedna kvalifikacija, što je ređi slučaj, i nehomogena, kada se za realizaciju posla zahteva više kvalifikacija, što je češći slučaj. U ovom radu, kroz primere koji slede, se prikazuje raspodela resursa i njihova optimizacija za homogenu radnu snagu.

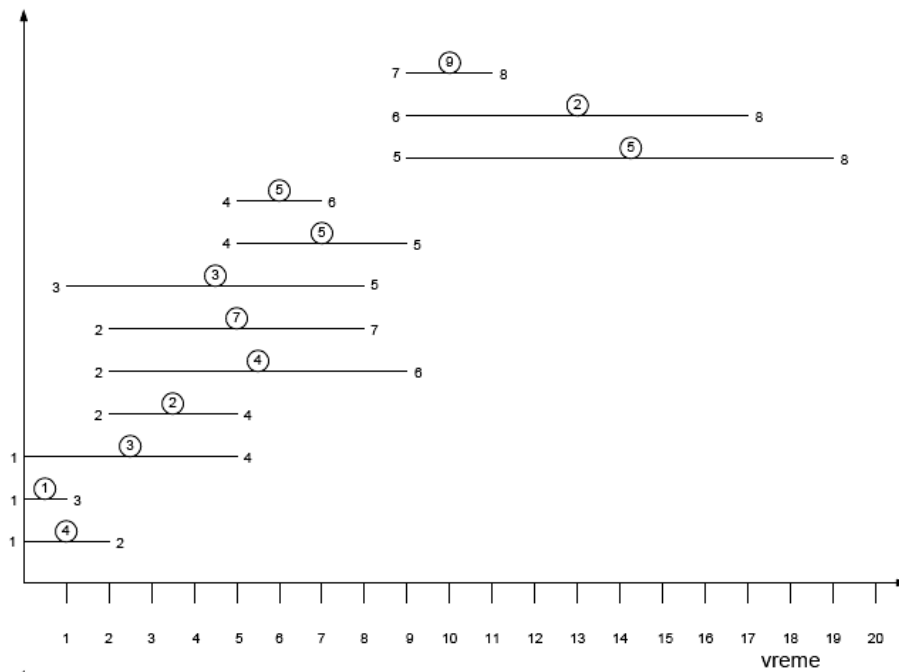
**Primer. 6.2.3.1.** Za projekat, čiji je mrežni dijagram sa izvršenom analizom vremena predstavljen na slici I-85, izvršiti analizu potrebnog broja radnika. Svaki radnik može biti angažovan na svakoj aktivnosti. Na mrežnom dijagramu se nalaze podaci za: oznaku aktivnosti, trajanje aktivnosti, intenzitet radne snage za datu aktivnost (cifra u kružiću). Ukupna vremenska rezerva ( $R_{ij}^U$ ) je data u zagradama, a obračunata je po obrascu:

$$R_{ij}^U = t_j^1 - t_i^0 - t_{ij}$$

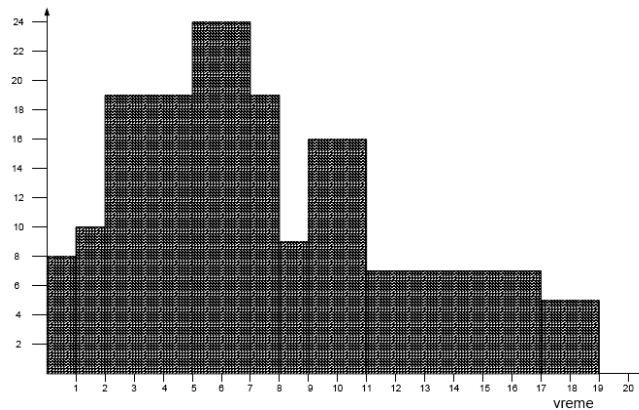


Slika I-85. Polazni mrežni dijagram za primer 6.2.3.1.

**Rešenje.** Najpre se iscrtava linijski dijagram projekta, tj. Gantt-ogram, koji je urađen za najranije početke aktivnosti i prikazan na slici I-86, a zatim histogram raspodele potrebne radne snage, koji je prikazan na slici I-87.



Slika I-86. Gantogram sa najranijim počecima aktivnosti



Slika I-87. Histogram raspodele potrebnih radnika sa najranijim počecima aktivnosti

Na osnovu dijagrama sa slike I-87, očigledno je da je maksimalan broj potrebnih radnika 24, u intervalu vremena od petog do sedmog dana. Obzirom na postojanje rezervi vremena za pojedine aktivnosti, moguće je izvršiti preraspodelu (optimizaciju) radne snage.

**Primer. 6.2.3.2.** Osnovni elementi nekog projekta dati su u tabeli I-47. Potrebno je izvršiti analizu vremena i resursa (potrebnog broja radnika).

Tabela I-47. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	A				X				
	B					X			
	C						X		
	D							X	
	E								
	F							X	
	G								X
	H								
Trajanje aktivnosti (dan)		5	4	4	9	5	5	4	4
Resursi (rad/dan)		4	5	2	6	2	3	7	8

### Rešenje.

Najpre se vrši proračun vremena “unapred” i “unazad” a zatim crta mrežni dijagram, koji je prikazan na slici I-88. Za analizu resursa potrebno je prvo konstruisati linijski dijagram, tj. Gantt-ogram sa najranijim počecima aktivnosti, koji je prikazan na slici I-89, na osnovu koga se konstruiše histogram raspodele resursa, tj. potreban broj radnika, koji je prikazan na slici I-90.

a) Analiza vremena “unapred”:

$$t_1^0 = 0$$

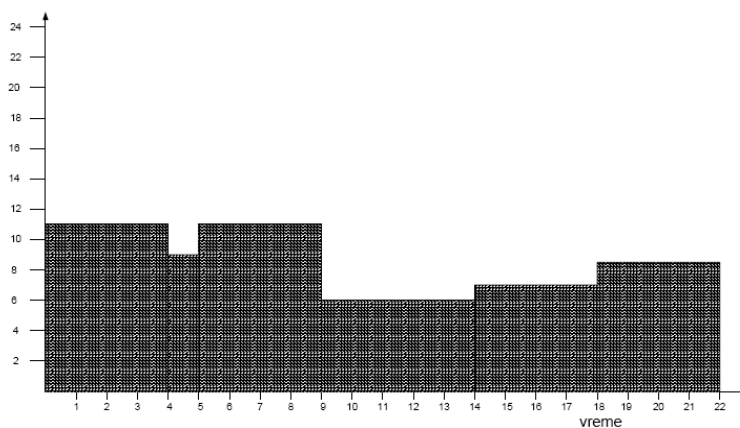
$$t_2^0 = t_1^0 + t_{12} = 0 + 5 = 5$$

$$t_3^0 = t_1^0 + t_{13} = 0 + 4 = 4$$

$$t_4^0 = t_1^0 + t_{14} = 0 + 4 = 4$$

$$t_5^0 = \max[(t_2^0 + t_{23}); (t_3^0 + t_{35})] = \max[(5 + 9); (4 + 5)] = \max [14; 9] = 14$$





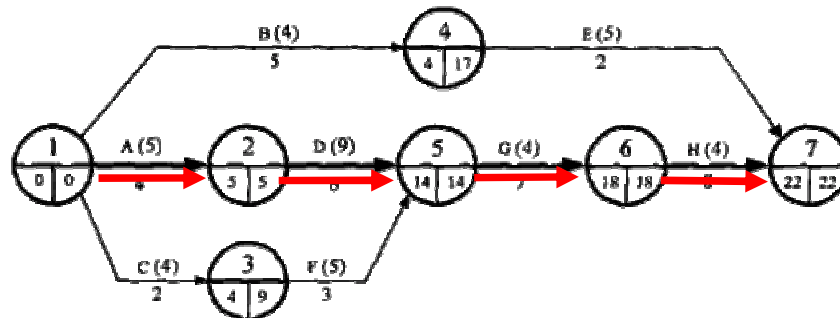
Slika I-90. Histogram raspodele potrebnih radnika sa najranijim počecima aktivnosti

**Primer 6.3.2.2.** Neka je plan realizacije projekta zadat preko matrice međuzavisnosti, u kojoj je prikazana tehnološka uslovljenost pojedinih aktivnosti, trajanje aktivnosti i potreban broj radnika za obavljanje tih aktivnosti kako bi one trajale koliko je predviđeno, kao što je prikazano u tabeli I-48. Preduzeće u razmatranom periodu raspolaže sa 9 radnika potrebne kvalifikacije. Zadatak se sastoji u tome da se ispita mogućnost realizacije projekta u planiranom roku sa raspoloživim brojem radnika.

Tabela I-48. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	A	X							
	B		X						
	C			X					
	D				X				
	E					X			
	F						X		
	G							X	
	H								X
Trajanje aktivnosti (dan)		5	4	4	9	5	5	4	4
Resursi (rad/dan)		4	5	2	6	2	3	7	8

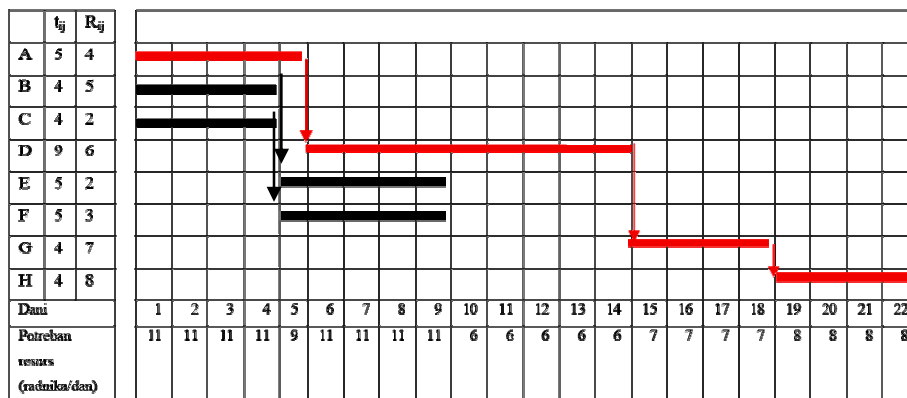
Mrežni dijagram realizacije projekta sa proračunatim vremenima trajanja aktivnosti i potrebnim resursom - brojem radnika prikazan je na slici I-104.



Slika I-104. Mrežni dijagram realizacije projekta.

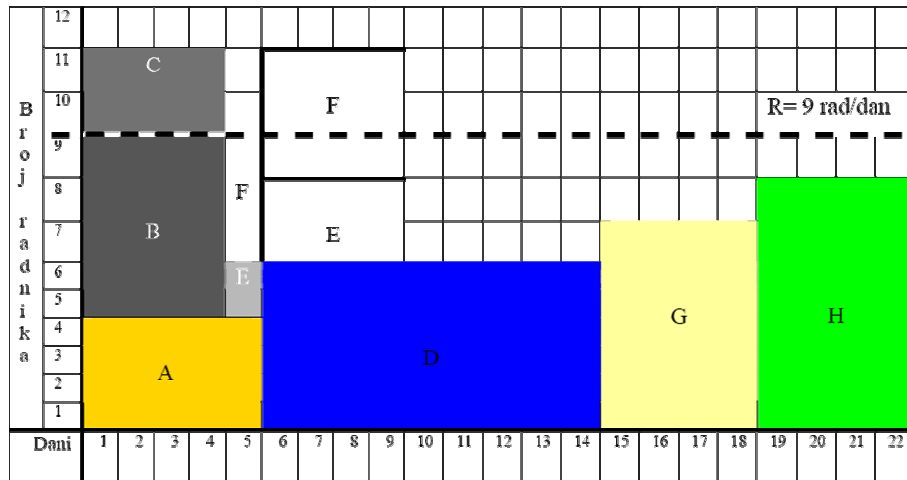
Kao što se može uočiti, kritični put se sastoji od aktivnosti A-D-G-H, a ukupno trajanje projekta je 22 dana.

Gantogram aktivnosti, napravljen prema najranijim počecima aktivnosti je dat na slici I-105. Na njoj su crvenim linijama prikazane aktivnosti na kritičnom putu, a crnim one koje nisu. Crvenim strelicama su spojene kritične aktivnosti a crnim nekritične..



Slika I-105. Gantogram najranijih početaka aktivnosti

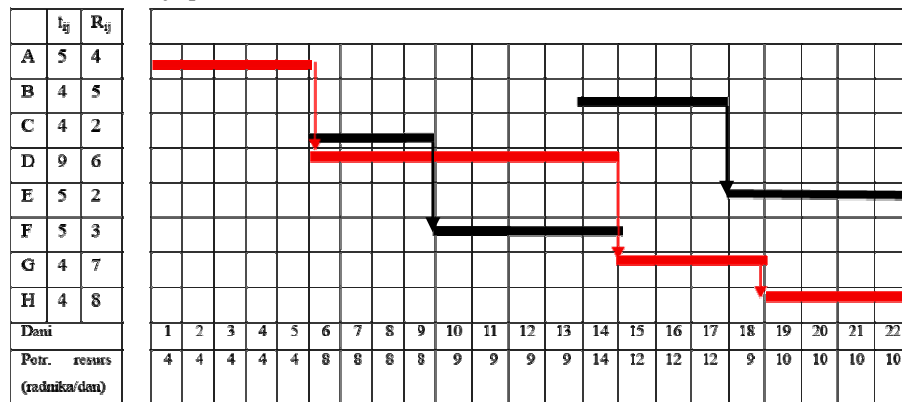
Histogram raspodele resursa pri najranijim počecima aktivnosti je prikazan na slici I-106. Isprekidanim crnim linijama je obeleženo ograničenje u broju raspoloživih radnika za realizaciju zadatog projekta.



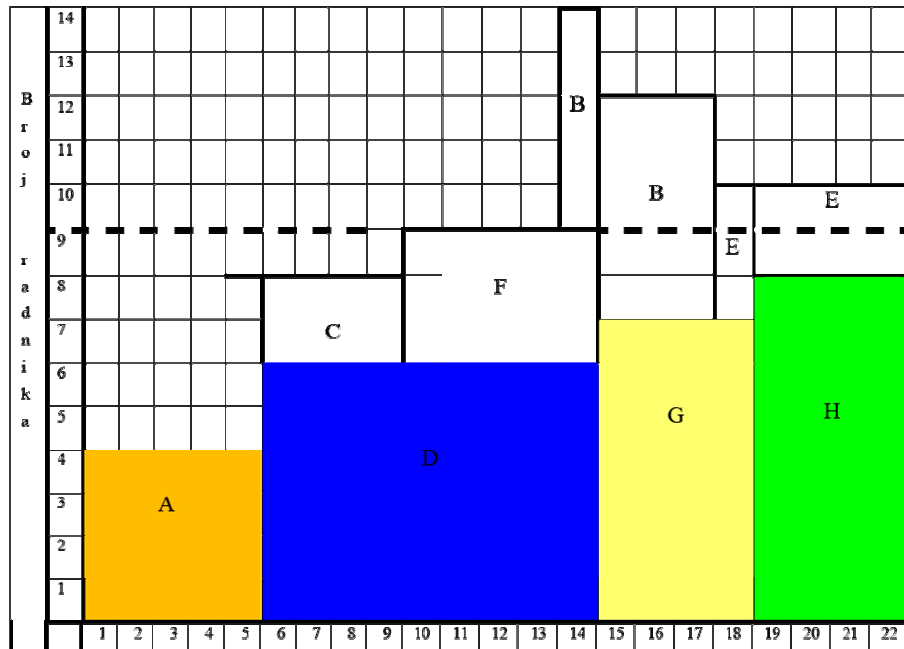
Slika I-106. Histogram raspodele potrebnih resursa (radnika) po danima

Kao što se sa histograma može uočiti, uz ograničen broj radnika (9), nije moguće realizovati projekat na ovakav način. U danima od 1.-4. i 6.-9. se ne raspoložuje dovoljnim brojem radnika, dok 6. radnog dana i u periodu od 10. do 22. radnog dana resurs ne koristi u potpunosti.

U sledećem koraku je potrebno napraviti gantogram aktivnosti sa najkasnijim počecima pojedinih aktivnosti, kao što je prikazano na slici I-107 i odgovarajući histogram raspodele resursa, kao što je prikazano na slici I-108.



Slika I-107. Gantogram najkasnijih početaka aktivnosti

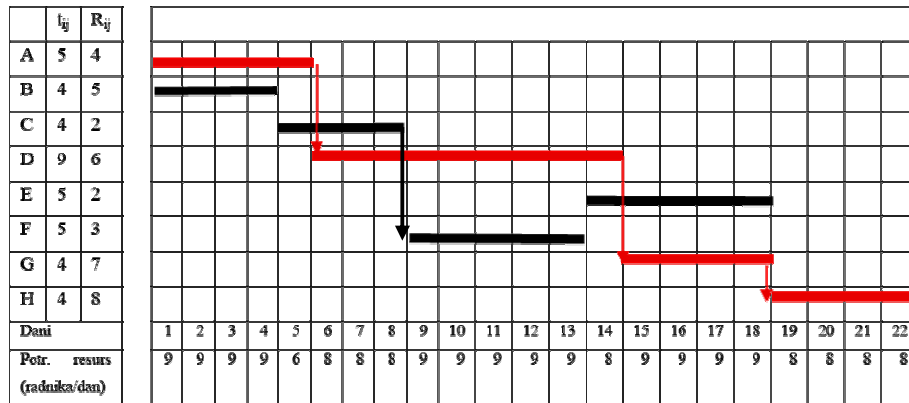


Slika I-108. Histogram raspodele potrebnih resursa (radnika) po danima

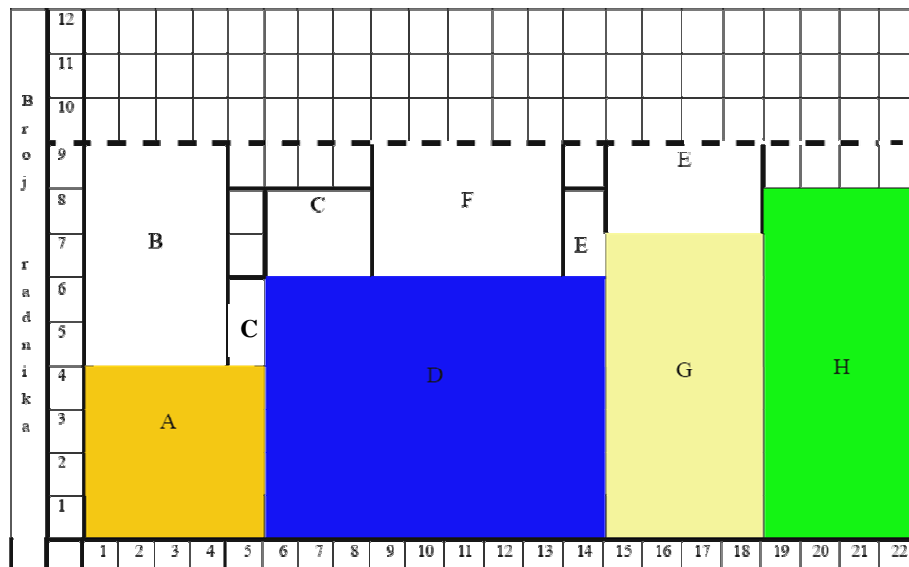
Kao što se iz histograma može uočiti, problem i dalje nije rešen, već je samo potreba za većim brojem radnika od raspoloživog pomena ka kraju projekta. Od 13. do 22. radnog dana, trajanja projekta, potrebno je više radnika nego što je na raspolaganju.

Koristeći heurističke metode uravnoteženja aktivnosti, dobija se rešenje sa optimalnim počecima/završecima aktivnosti, kao što je prikazano u sledeće dve slike. Na slici I-109 je prikazan heuristički uravnotežen gantogram, a na slici I-110 heuristički uravnotežen histogram. U ovom heurističkom rešenju aktivnost C se pomera na kraj aktivnosti B, dok se E pomera na kraj aktivnosti F.





Slika I-109. Gantogram sa uravnoteženim počecima aktivnosti



Slika I-110. Uravnoteženi histogram raspodele potrebnih resursa (radnika) po danima

Naravno, nije uvek moguće uskladiti zahteve projekta sa raspoloživim resursima, ali je uvek potrebno vršiti optimizaciju u smislu uravnoteženja, odnosno, treba težiti što ravnijoj liniji potreba na histogramu resursa.

## 7. Analiza troškova

Sva dosadašnja razmatranja odnosila su se samo na vremenski aspekt projekta, odnosno na analizu trajanja aktivnosti i projekta. Rezultat takvog plana su trajanje projekta i vremenske rezerve aktivnosti i događaja. Međutim, ostvarivanje aktivnosti zahteva angažovanje resursa što neizbežno stvara troškove na projektu. To znači da svaki vremenski plan projekta na implicitan ili eksplicitan način obuhvata i plan resursa, dinamiku korišćenja resursa (poglavlje 6. ove celine) i troškove. Zbog toga je već u fazi planiranja potrebno napraviti i analizu troškova. Ova analiza je neophodna ne samo radi ocene da li se plan može realizovati s obzirom na potrebne resurse, već i radi mogućeg skraćivanja trajanja ili troškova projekta, ravnomernog korišćenja resursa ili zadovoljenja posebnih ograničenja koja se postavljaju u praktičnoj realizaciji projekta.

Planiranje je uvek proces pronalaženja načina da se uradi posao, odnosno ostvari postavljeni cilj, proces koji podrazumeva razmatranje različitih varijanti i izbor najpovoljnije od njih. U primeni mrežnog planiranja u upravljanju projektima posebno su zanimljiva pitanja sledećeg tipa:

- Da li je moguće i po kojoj ceni skratiti prvobitno planirano trajanje projekta?
- Da li se namernim produženjem nekih rokova može uštedeti na troškovima?
- Da li se prebacivanjem resursa sa jedne aktivnosti na neku drugu može skratiti ukupno trajanje projekta?

Ovde se analitičar i rukovodilac projekta suočavaju sa zahtevima da projekat traje što kraće i košta što manje koji su u većini praktičnih situacija protivurečni. Implicitno se uvek pretpostavlja da se direktni resursi za ostvarivanje aktivnosti koriste racionalno, odnosno da veće angažovanje resursa u realizaciji aktivnosti ima za posledicu veće troškove ali i kraće trajanje aktivnosti.

Pored toga što se fazi analiza troškova pristupa tek nakon analize strukture i analize vremena, smatra se da se ona može uspesno primeniti samo u preduzećima koje već imaju određena iskustva u primeni prethodnih faza mrežnog planiranja. Tamo gde postoje kadrovski i organizaciono-tehnički uslovi za primenu ove faze koristi od nje mogu biti velike. Ona omogućuje pravilno planiranje sredstava koja treba angažovati za izvršenje projekta, omogućuje izbor optimalnih rokova završetka projekta u zavisnosti od troškova, zatim realnu procenu troškova aktivnosti i projekta, kontrolu trošenja sredstava, itd.

Analiza troškova obuhvata sledeće postupke: određivanje troškova izvršenja svake aktivnosti i, na osnovu toga, proračun troškova projekta, određivanje zavisnosti između troškova i vremena trajanja svake aktivnosti, poboljšanje mrežnog dijagrama smanjenjem trajanja celog projekta uz minimalni porast troškova izvršenja projekta. Analiza troškova se najčešće izvodi na istom mrežnom dijagramu koji je korišćen za analizu vremena. Pored toga, preporučuje se da

analizu troškova treba da vrše ista lica koja su vršila analizu vremena. Zapravo, u analizi troškova polazi se od činjenice da troškovi izvršenja svake aktivnosti, pored ostalog, zavise i od vremena trajanja tih aktivnosti.

Obzirom da procena troškova aktivnosti predstavlja početni korak u planiranju troškova realizacije projekta, i ima veliki značaj za dalje odvijanje ovog procesa, procenu troškova treba da vrše iskusni i kompetentni stručnjaci, koji su dobri poznavaoi posmatranog procesa realizacije projekta. Procena, tj. određivanje troškova se može vršiti na više načina, što zavisi od veličine projekta i raspoloživosti podataka. U principu postoje sledeći metodi:

- Iskustveni metod je najstariji. U njemu je jako izražen subjektivizam. Predstavlja veoma grub metod, pri čemu se greške sumiraju.
- Statistički metod se zasniva na statističkoj obradi raspoloživih podataka, prvenstveno o troškovima pojedinih aktivnosti. Pretpostavka je da organizovana kompanija prikuplja podatke iz realizovanih projekata, i za svoje potrebe pravi odgovarajuću bazu podataka. U slučaju da se neki troškovi tokom vremena menjaju, treba primeniti regresionu analizu, i odrediti trend.
- Normativni metod se zasniva na izvršenim merenjima i egzaktnim proračunima, kao i na osnovu postojećih normativa i standarda. U praksi je česta kombinacija iskustvenog i normativnog metoda.

## 7.1. Normalno i usiljeno trajanje aktivnosti

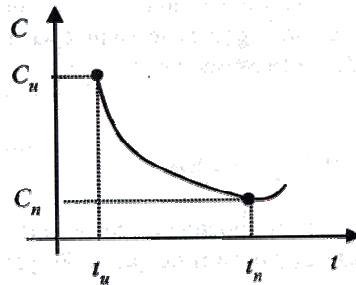
U predhodnim poglavljima je istaknuto da će planirani završetak nekog projekta biti ostvaren jedino ako je proračunato vreme najranije mogućeg završetka projekta manje od planiranog roka završetka projekta, tj. ako je  $t_n^0 \leq T$ . U praksi će se događati da taj uslov nije uvek obezbeđen, pa je planirani rok završetka projekta manji od proračunatog vremena. U tom slučaju nastaje potreba za skraćanjem vremena trajanja projekta. Ovakva potreba može se realizovati jedino uz pretpostavku da se za bilo koju aktivnost iz mrežnog dijagrama, ulaganjem dodatnih sredstava, može do određene granice smanjiti njeno trajanje. Isto tako, ako skraćujemo vreme potrebno za izvršenje aktivnosti, u opštem slučaju rastu troškovi izvršenja te aktivnosti. Zbog toga će se kod skraćivanja trajanja aktivnosti u okviru nekog projekta uvek postaviti dva pitanja:

- 1) koje aktivnosti treba skraćivati, i
- 2) za koliko se vremenskih jedinica mogu skratiti pojedine aktivnosti.

Za svaku aktivnost  $A_{ij}$  možemo odrediti dve kategorije vremena trajanja:

- *normalno trajanje* aktivnosti  $t_{ij}^n$ , koje se ostvaruje normalnom upotrebom resursa,
- *usiljeno trajanje* aktivnosti  $t_{ij}^u$ , koje odgovara najkraćem mogućem trajanju i ostvaruje se uz maksimalno korišćenje resursa.

Pored toga, mogu se odrediti i odgovarajući troškovi koji će zavistiti od vremena trajanja aktivnosti. Normalnom vremenu izvršenja aktivnosti odgovaraće najmanji troškovi, koje ćemo obeležiti sa  $C_{ij}^n$ , a usiljenom vremenu trajanja aktivnosti odgovaraće uvećani (usiljeni) troškovi  $C_{ij}^u$ . Ovo je ilustrovano na slici I-124.



Slika I-124. Normalno i usiljeno trajanje aktivnosti

*Normalno trajanje* aktivnosti odgovara uobičajenom ili propisanom načinu korišćenja resursa. Može se smatrati da je normalno trajanje aktivnosti u stvari trajanje koje odgovara minimalnim ukupnim troškovima njenog ostvarenja. Naime, pri analizi troškova aktivnosti ili projekta u celini, treba uzeti u obzir i činjenicu da pored varijabilnih troškova koji se odnose na korišćenje proizvodnih resursa, postoje i fiksni troškovi aktivnosti, odnosno projekta. Ovi fiksni troškovi uključuju zakup prostora, osiguranje, administraciju i slično. Pored toga, kada aktivnost traje duže nego što bi trebalo, mogu se pojaviti i indirektni troškovi na drugim aktivnostima, posebno zbog čekanja ili kašnjenja. Prema tome, trajanje aktivnosti koje odgovara ukupnim minimalnim troškovima nije obavezno jednako trajanju aktivnosti koje odgovara minimalnim troškovima resursa koji se direktno koriste za implementaciju posmatrane aktivnosti.

*Usiljeno trajanje* aktivnosti je njeno najkraće moguće trajanje. Da bi se postiglo usiljeno trajanje neophodno je dodeliti dodatne resurse aktivnosti, na primer, obavezom i plaćanjem prekovremenog rada, angažovanjem dodatnih radnika i mapgana. To znači da su troškovi usiljenog trajanja aktivnosti veći od normalnih troškova.

Iz opisa vremena trajanja aktivnosti i odgovarajućih troškova možemo zaključiti da između njih važe sledeće relacije:

$$t_{ij}^u \leq t_{ij}^n$$

tj. usiljeno vreme trajanja aktivnosti kraće je od normalnog, a može biti jednako ukoliko se trajanje neke aktivnosti uopšte ne može skratiti;

$$C_{ij}^n \leq C_{ij}^u$$

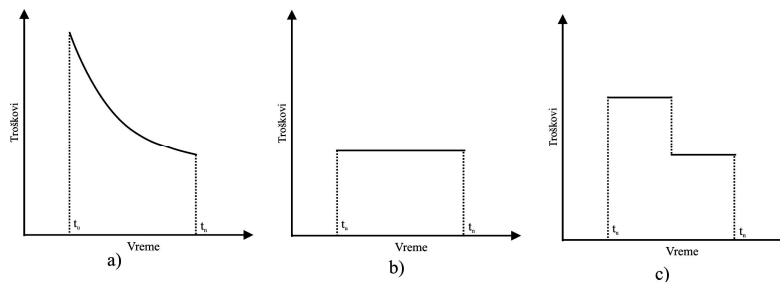
tj. troškovi koji će nastati pri normalnom trajanju aktivnosti manji su od troškova za skraćeno trajanje te aktivnosti. Ovi troškovi neće se razlikovati kod aktivnosti koje se ne mogu skratiti.

Moguće je da normalno i usiljeno trajanje aktivnosti odgovaraju različitim tehnologijama i da nije moguća interpolacija između ove dve krajnosti. Na primer, možemo pretpostaviti da neki posao na projektu treba da uradi podugovarač i da su se na konkursu dobile dve ponude. Prema prvoj ponudi taj posao bi se obavio za kraće vreme ali bi više koštao. Drugi ponuđač, koji koristi drugu tehnologiju i organizaciju rada, nudi nižu cenu ali nešto duži rok. Treba izabrati između ove dve ponuđene varijante i nikakva interpolacija između krajnjih vrednosti nije moguća.

Neće biti uvek potrebno da se sve aktivnosti skrate do njihovog usiljenog trajanja, već će biti dovoljno da se izvrši njihovo delimično skraćivanje. Između dve krajnje vrednosti, normalnog i usiljenog trajanja aktivnosti sa odgovarajućim troškovima, postojeće i druge mogućnosti trajanja aktivnosti sa nekim novim troškovima.

Analiza troškova i vremena na projektu polazi od pretpostavke da postoje procenjene vrednosti za normalna i usiljena trajanja i troškove aktivnosti i da su pored ovih procenjenih krajnjih vrednosti u praksi moguće i vrednosti između njih. Jasno je da pri izboru tih vrednosti smanjivanje trajanja aktivnosti uglavnom dovodi do povećanja troškova. Takva zavisnost se može prikazati kao na slici I-125 a). Na delu iste slike bod b) je prikazana kontinualna zavisnost, a pod c) prekidna zavisnost.

Pri korišćenju metode CPM procene normalnih i usiljenih trajanja daju tehnolozi ili analitičari poslova dok se pri korišćenju PERT metode po pravilu uzima da je najverovatnije trajanje aktivnosti jednako njenom normalnom trajanju, dok je optimističko trajanje jednako usiljenom. Naravno, postoje aktivnosti koje su fiksnog trajanja i obično fiksnih troškova, kod njih nije moguće dodavanjem resursa skratiti trajanje.



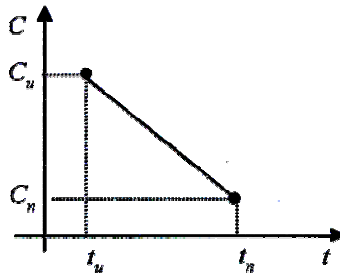
Slika I-125. Moguća zavisnost trajanje-troškovi

U slučaju kada bi se znale zavisnosti između troškova i trajanja za svaku aktivnost, u principu bi bilo moguće razviti matematički model i postaviti optimizacioni zadatak minimizacije ukupnih troškova za dato trajanje projekta ili minimizacije trajanja projekta za odobreni budžet projekta. U opštem slučaju, to su problemi nelinearne optimizacije ali se u praksi retko postavljaju i rešavaju na takav način.

Obzirom da je vrlo teško ili skoro nemoguće za svaku aktivnost dobiti tačan oblik zavisnosti troškova od trajanja, i radi jednostavnosti praktičnih analiza, prihvataju se sledeće dve dodatne pretpostavke:

- Funkcija troškova u odnosu na trajanje projekta je linearno zavisna;
- Skraćenja aktivnosti nisu kontinualne promenljive nego celobrojni umnožak izabrane vremenske jedinice na projektu. Za vremensku jedinicu na projektu uzima se sat, dan ili nedelja, zavisno od veličine, složenosti i detaljizacije planiranja projekta.

Imajući na umu ove pretpostavke za svaku aktivnost na projektu računa se nagib linearne funkcije, koji je prikazan na slici I-126.



Slika I-126. Aproximacija krive trajanje-troškovi

Zavisnost troškova se može izraziti prosečnim prirastom, prikazan relacijom (24).

$$\Delta C = \frac{C_u - C_n}{t_n - t_u} = \left| \frac{C_n - C_u}{t_n - t_u} \right| \left( \frac{n.j}{v.j} \right) \quad (24)$$

Vrednost  $\Delta C$  predstavlja priraštaj troškova na aktivnosti kada se trajanje aktivnosti smanji za jedinicu. Veće  $\Delta C$  odgovara većoj strmini krive i praktično znači da su za jedinicu skraćenja trajanja aktivnosti potrebna relativno veća sredstva. Manje  $\Delta C$  znači da je skraćenje aktivnosti moguće postići uz relativno manje dodatne troškove. Vrednost  $\Delta C$  naziva se jedinični priraštaj troškova, jedinični trošak ili marginalni (granični) trošak.

Ukoliko troškovi jedne aktivnosti pri normalnom trajanju od 20 vremenskih jedinica (*v.j.*) iznose 12.000 novčanih jedinica (*n.j.*) i ukoliko je pri angažovanju dodatnih resursa nju moguće završiti najkraće za 15 *v.j.* sa troškovima od 18.000 *n.j.*, jedinični priraštaj troškova za ovu aktivnost je:

$$\Delta C = \frac{18.000 - 12.000}{20 - 15} = \frac{6.000}{5} = 1.200 \left( \frac{n.j}{v.j} \right)$$

Dakle, kada se trajanje ove aktivnosti skрати za jednu vremensku jedinicu njeni troškovi se povećaju za 1.200 *n.j./v.j.* U tabeli I-50 dati su troškovi ove aktivnosti za svako njeno moguće trajanje:

Tabela I-50. Troškovi za svako moguće trajanje aktivnosti

Trajanje ( <i>v.j.</i> )	20	19	18	17	16	15
Troškovi ( <i>n.j.</i> )	12.000	13.200	14.400	15.600	16.800	18.000

Iznos troškova za trajanje od 17 v.j. iznosi 15.600 n.j. a dobija se kada se na iznos normalnih troškova (12.000) doda 3 puta (za toliko vremenskih jedinica je skraćena) po 1.200, ili u opštem slučaju pomoću obrasca:

$$C = C_n + \Delta C(t_n - t)$$

pri čemu su indeksi aktivnosti izostavljeni.

.....

U literaturi se najčešće obrađuju: jedna heuristička metoda PERT/COST (PERT /TROŠKOVI) i dva međusobno slična algoritma, Kelley-eva, odnosno Fulkerson-ova metoda. Ovde će biti detaljnije razmotrena metoda PERT/COST.

### 7.3. Metoda PERT/COST

Kao što je već rečeno, prva varijanta plana radi se samo na osnovu normalnih trajanja aktivnosti. Dešava se da je tako dobijeno trajanje projekta  $T$  neprihvatljivo dugačko, odnosno da je duže od nekog zahtevanog trajanja  $T_z$ . Tada je zadatak napraviti novi plan čije će trajanje biti jednako  $T_z$  a pri tome troškove povećati što je moguće manje.

Postupak za rešavanje ovog zadatka polazi od navedenih pretpostavki o normalnim i usiljenim trajanjima i troškovima. Osnovna ideja je da se iterativno ostvaruje skraćenje projekta za po jedinicu vremena na najjeftiniji mogući način. Pri tome se mora poštovati jednostavna činjenica da je skraćenje trajanja projekta moguće ostvariti jedino ako se skрати trajanje kritičnog puta, odnosno aktivnosti koja pripada kritičnom putu. U slučaju da postoji više kritičnih puteva mora se pronaći način da se svi oni skrate.

Na početku treba odrediti jedinicu za računanje vremena na projektu, pronaći kritičan put i kritične aktivnosti. Zatim se izračunaju jedinični priraštaji troškova  $\Delta C$  za svaku aktivnost projekta.

Kada postoji samo jedan kritični put, onda se za jedinicu skraćuje ona kritična aktivnost koja ima najmanji jedinični priraštaj troškova. U slučaju da postoji više kritičnih puteva treba naći najjeftiniji način skraćelja svakog od njih. Ovo se može postići skraćivanjem samo jedne zajedničke aktivnosti ili istovremenim skraćivanjem po jedne kritične aktivnosti za svaki kritičan put. Treba izračunati odgovarajuće priraštaje troškova i izabrati onu varijantu koja odgovara najmanjem od njih. U ovom postupku moraju se poštovati ograničenja koja postoje na usiljena trajanja aktivnosti, tj. nijedna aktivnost ne može se skratiti ispod njenog usiljenog trajanja.

Svaka iteracija uključuje računanje trajanja i ukupnih troškova projekta kao i određivanje kritičnog puta i kritičnih aktivnosti. Postupak se završava kada se postigne zahtevano trajanje projekta ili kada više nije moguće njegovo skraćivanje.

Kada bar jedan kritični put ima sve aktivnosti na usiljenim trajanjima, dalje skraćivanje projekta nije moguće. Na taj način planirano trajanje projekta naziva se *usiljeno trajanje projekta*. Eventualna dozvoljena skraćivanja drugih aktivnosti izazvala bi povećanje troškova ali ne i skraćivanje projekta.

Može se dogoditi da usiljeno trajanje projekta iz nekih razloga ne odgovara vlasniku ili korisniku projekta i da se traži da ono bude skraćeno. To zahteva nove analize o načinima i tehnologiji izvođenja aktivnosti kao i o logičkim zavisnostima između njih. Opšta preporuka je da se u takvim situacijama postojeće aktivnosti dekomponuju i razlože na jednostavnije operacije, da se istražuju mogućnosti veće paralelizacije i da se pronalaze drugačije i vremenski efikasnije tehnologije.

Može se konstatovati da se postupak optimizacije izvodi po sledećim fazama:

- Sačinjava se lista aktivnosti, određuje se normalno trajanje i normalna cena koštanja realizacije aktivnosti.
- Proračunavaju se troškovi realizacije projekta.
- Odrede se aktivnosti čije vreme trajanja može da se skрати, odnosno, čija realizacija može da se usili, odredi se usiljeno vreme trajanja aktivnosti i troškovi realizacije aktivnosti po usiljenom tempu.
- Konstruiše se mrežni dijagram realizacije projekta sa normalnim trajanjima aktivnosti, označi kritični put i odredi normalna cena realizacije projekta (cena koja odgovara normalnom trajanju projekta).
- Izračunava se jedinični priraštaj troškova za svaku aktivnost čije vreme realizacije može da se skрати, i aktivnosti se rangiraju po kriterijumu najmanjeg jediničnog priraštaja troškova.
- Razmatra se kolika je razlika između normalnog trajanja projekta i zahtevanog, odnosno ugovorenog.
- Po kriterijumu minimalnog jediničnog priraštaja troškova bira se aktivnost čije će se vreme trajanja skratiti, odnosno, čija će se realizacija usiliti, pri čemu izabrana aktivnost mora biti na kritičnom putu (jer je ukupno vreme trajanja projekta jednako zbiru trajanja aktivnosti koje su na kritičnom putu).
- Vrší se skraćenje aktivnosti, konstruiše se novi mrežni dijagram, proverava se da li je zadovoljen postavljeni uslov za trajanje projekta i da li je posle skraćjenja aktivnosti ostao isti kritični put.
- Ako postavljeni uslov nije zadovoljen skraćuje se sledeća rangirana aktivnost, proverava zadovoljenje postavljenog uslova za rok realizacije projekta, proverava kritični put, i isti postupak se ponavlja dok se ne dođe do zadatog roka, ili do minimalno mogućeg roka trajanja aktivnosti.

Osnovni nedostatak navedenog postupka je u njegovoj otežanoj primeni za projekte sa većim brojem aktivnosti.

Optimizacija troškova realizacije projekta pri svodenju njegovog trajanja na zadato vreme biće ilustrovana kroz sledeće primere.



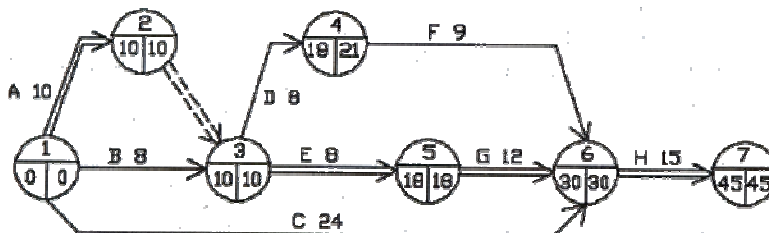
**Primer 7.3.1.** Za projekat koji treba realizovati u tabeli I-51 dati su polazni podaci: spisak aktivnosti iz kojih se projekat sastoji, njihova vremenska međuzavisnost, vreme trajanja (u danima) i troškovi izvršenja (u .000 dinara) za svaku aktivnost.

Potrebno je nacrtati mrežni dijagram za dati projekat, izvršiti analizu vremena CPM metodom, a zatim, korišćenjem metode PERT/COST, što više skratiti trajanje projekta uz minimalni porast troškova.

Tabela I-51. Početni podaci za primer 7.3.1.

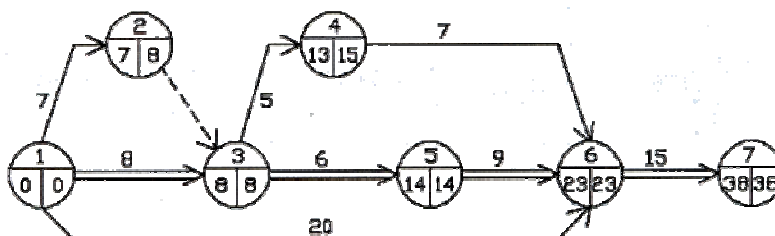
Aktivnost		Trajanje		Troškovi		
Naziv	Zavisí od	$t_{ij}^n$	$t_{ij}^u$	$C_{ij}^n$	$C_{ij}^u$	$\Delta C$
A	-	10	7	80	95	5
B	-	8	8	100	100	-
C	-	24	20	200	240	10
D	A,B	8	5	60	78	6
E	A,B	8	6	60	76	8
F	D	9	7	70	100	15
G	E	12	9	100	121	7
H	C,F,G	15	15	150	150	-
<b>Ukupno:</b>				820	960	

**Rešenje.** Na mrežnom dijagramu prikazanom na slici I-127 analizirano je vreme prema normalnom trajanju svih aktivnosti. Iz mrežnog dijagrama vidimo da je za izvršenje svih aktivnosti (za izvršenje celog projekta) prema njihovom normalnom trajanju potrebno 45 dana rada, uz odgovarajuće troškove od 820.000 dinara. Kritični put čine aktivnosti A, E, G, H i vestačka aktivnost  $A_{23}$ .

Slika I-127. Mrežni dijagram za normalno trajanje aktivnosti ( $t_{ij}^n$ )

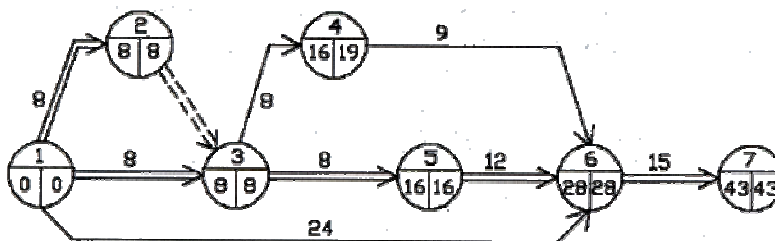
Isti projekat se može realizovati za 38 dana rada ukoliko se sve aktivnosti izvode prema njihovom usiljenom trajanju, kao što je prikazano na mrežnom dijagramu na slici I-128, pri čemu će ukupni troškovi izvršenja iznositi 960.000 dinara.

Prema mrežnom dijagramu sa slike I-128 očigledno je da se posmatrani projekat ne može završiti za manje od 38 dana. Pitanje je, međutim, može li se pronaći rešenje prema kome će se projekat završiti za 38 dana, ali sa manjim povećanjem troškova. Prema osnovama metode PERT /COST može se pronaći takvo rešenje.

Slika I-128. Mrežni dijagram za usiljeno trajanje aktivnosti ( $t_{ij}^u$ )

Postupak optimalnog skraćivanja projekta počinjemo od mrežnog dijagrama sa slike I-127 u kome se sve aktivnosti izvode prema njihovom normalnom trajanju. Vreme trajanja projekta možemo skratiti samo ako skratimo vreme trajanja aktivnosti koje leže na kritičnom putu. Na slici I-128 se vidi da su na kritičnom putu aktivnosti:  $A$ ,  $A_{23}$ ,  $E$ ,  $G$  i  $H$ . Znamo da se ne mogu skratiti aktivnosti  $A_{23}$ , koja predstavlja vesačku aktivnost i  $H$ , jer je takav uslov postavljen u zadatku. Prema tome, posmatramo ostale kritične aktivnosti. Prema tabeli I-51 najmanji prosečni prirast troškova ima aktivnost  $A_{12}$ , pa u prvoj iteraciji treba skratiti vreme trajanja aktivnosti  $A$ . Skraćivanjem vremena trajanja ove aktivnosti za jedan dan doći će do povećanja troškova realizacije projekta za 5.000 dinara.

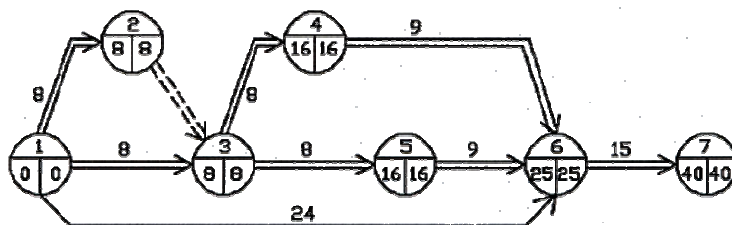
Potrebno je odrediti za koliko dana treba skratiti vreme trajanja aktivnosti  $A$ . Prema tabeli I-51 ona se može skratiti najviše za 3 dana, odnosno do njenog usiljenog trajanja. Međutim, iz mrežnog dijagrama sa slike I-127 vidimo da ovu aktivnost treba skratiti samo za dva dana i da će se tada pojaviti još jedan kritični put koji ide preko aktivnosti  $B$ ,  $E$ ,  $G$  i  $H$ . Prema tome, nema potrebe da se vreme trajanja aktivnosti  $A$  skrati za tri dana jer će doći do prenosa kritičnosti koja omogućava da se vreme završetka projekta skrati samo za dva dana. Troškovi izvršenja projekta, zbog skraćivanja aktivnosti  $A$  za dva dana treba da porastu za  $2 \cdot 5.000 = 10.000$  dinara, tako da će iznositi  $820.000 + 10.000 = 830.000$  dinara. Posle skraćivanja aktivnosti  $A$  za 2 dana dobijamo novi mrežni dijagram kao na slici I-129.



Slika I-129. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 2 dana.

Sa slike I-129 se vidi da skraćivanje trajanja aktivnosti  $A_{12}$  za 2 dana dovodi do pojave dva kritična puta u mrežnom dijagramu: jedan ide preko aktivnosti  $A_{12}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{35}$ ,  $A_{56}$  i  $A_{67}$ , a drugi preko aktivnosti  $A_{13}$ ,  $A_{35}$ ,  $A_{56}$  i  $A_{67}$ . Isto tako, sa slike se vidi da aktivnosti  $A_{35}$ ,  $A_{56}$  i  $A_{67}$  pripadaju i jednom i drugom putu, dok se aktivnosti  $A_{12}$  i  $A_{13}$  odvijaju paralelno. Ovo je važno zbog daljeg skraćivanja trajanja projekta. Zapravo, skraćivanjem bilo koje od aktivnosti  $A_{35}$ ,  $A_{56}$  ili  $A_{67}$ , vrši se skraćivanje trajanja oba kritična puta. Međutim, skraćivanje bilo koje od paralelnih aktivnosti  $A_{12}$  ili  $A_{13}$  ima smisla ako se istovremeno skrati i ona druga aktivnost za isti broj vremenskih jedinica. Zbog toga se pri skraćivanju dve ili više aktivnosti sa paralelnih puteva kao prosečni prirast troškova mora uzeti zbir ovih troškova za obe aktivnosti i taj zbir se upoređuje sa prosečnim prirastom troškova ostalih aktivnosti.

U našem primeru, prema tabeli I-51, kritična aktivnost  $A_{13}$  ne može se skraćivati, pa nema smisla više skraćivati ni paralelnu kritičnu aktivnost  $A_{12}$ . Pored toga, već smo rekli da se ne može skraćivati ni aktivnost  $A_{67}$ , pa za razmatranje ostaju samo još aktivnosti  $A_{35}$  i  $A_{56}$ . Prema tabeli I-51 aktivnost  $A_{56}$  ima manji prosečni prirast troškova ( $\Delta C_{56}=7 < \Delta C_{35}=8$ ), pa u drugoj iteraciji treba skratiti vreme trajanja aktivnosti  $A_{56}$ . Prema tabeli I-51 ova aktivnost se može skratiti za 3 dana, što dozvoljava i trajanje nekritičnih puteva, pa konačno zaključujemo da aktivnost  $A_{56}$  treba skratiti za 3 dana. Time se trajanje kritičnih puteva (i projekta) smanjuje na 40 dana, a troškovi projekta povećavaju za  $3 \cdot 7.000=21.000$  dinara, tako da sada iznose  $830.000+21.000=851.000$  dinara. Mrežni dijagram posle ove promene prikazan je na slici I-130.

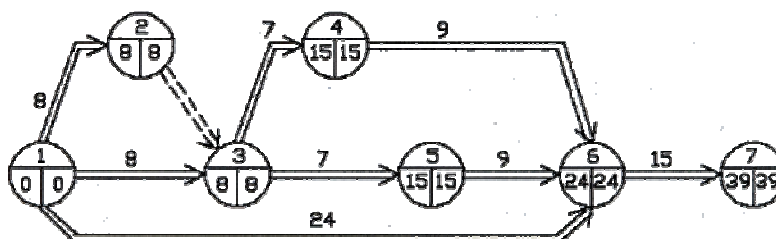


Slika I-130. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 5 dana.

Skraćenje aktivnosti  $A_{56}$  za 3 dana dovodi do pojave četiri kritična puta. Prvi je:  $A_{12}, A_{23}, A_{34}, A_{46}, A_{67}$ ; drugi:  $A_{12}, A_{23}, A_{35}, A_{56}, A_{67}$ ; treći:  $A_{13}, A_{34}, A_{46}, A_{67}$ ; i četvrti:  $A_{13}, A_{35}, A_{56}, A_{67}$ . Kako smo rekli da se paralelne aktivnosti  $A_{12}$  i  $A_{13}$ , koje se moraju završiti da bi nastupio događaj  $A_3$ , ne mogu skraćivati, ova četiri puta mogu se dalje svesti na dva paralelna kritična puta od događaja  $A_3$  do završnog događaja  $A_7$ . Kada tome dodamo da se aktivnost  $A_{67}$  ne može skraćivati i da je aktivnost  $A_{56}$  svedena na njeno usiljeno trajanje, možemo zaključiti da dalje skraćivanje trajanja projekta treba tražiti kod aktivnosti  $A_{34}$  ili  $A_{46}$  na jednom putu, odnosno kod aktivnosti  $A_{35}$  na drugom putu. To znači da treba obavezno skratiti aktivnost  $A_{35}$  i jednu od aktivnosti  $A_{34}$  i  $A_{46}$ . Prema tabeli I-51, aktivnost  $A_{34}$  ima manji prosečni prirast troškova ( $\Delta C_{34}=6 < \Delta C_{46}=15$ ), pa u trećoj iteraciji, pored aktivnosti  $A_{35}$ , treba skratiti i aktivnost  $A_{34}$ .

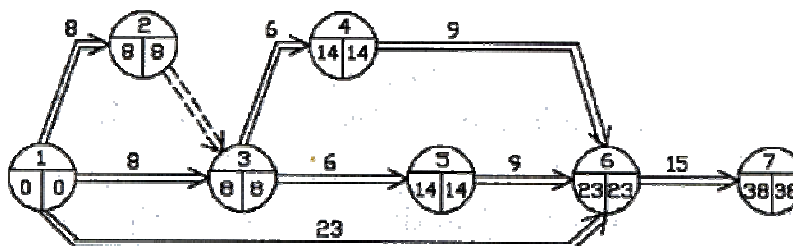
Prema tabeli I-51 aktivnost  $A_{34}$  može biti skraćena za 3 dana, a aktivnost  $A_{35}$  za 2 dana. Međutim, trajanje nekritičnog puta  $A_{16}, A_{67}$  dozvoljava skraćivanje ovih aktivnosti samo za jedan dan, što znači da aktivnosti  $A_{34}$  i  $A_{35}$  treba skratiti za po jedan dan. Na taj način trajanje projekta smanjuje se na 39 dana, dok se troškovi realizacije povećavaju za novih 14.000 dinara ( $1 \cdot 6.000 + 1 \cdot 8.000 = 14.000$ ) i sada iznose  $851.000 + 14.000 = 865.000$  dinara. Novi mrežni dijagram dat je na slici I-131.

U mrežnom dijagramu sa slike I-131 svi putevi (i sve aktivnosti) su kritični. Pored ranijih kritičnih puteva imamo i novi, peti, koji ide preko aktivnosti  $A_{16}, A_{67}$ . To znači da kod novog skraćivanja aktivnosti moramo uzeti u obzir i aktivnosti sa ovog puta.



Slika I-131. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 6 dana.

Aktivnosti  $A_{34}$  i  $A_{35}$ , koje su skraćene u prethodnoj iteraciji, mogu se još skraćivati. Treba uzeti u obzir još i aktivnost  $A_{16}$ , koja pripada novom kritičnom putu i odvija se paralelno sa aktivnostima  $A_{34}$  i  $A_{35}$ . Aktivnost  $A_{34}$  može biti skraćena još za 2 dana, aktivnost  $A_{35}$  još za jedan dan, a aktivnost  $A_{16}$  može biti skraćena za 4 dana. Pošto sve aktivnosti skraćujemo za isti broj dana, zaključujemo da aktivnosti  $A_{16}$ ,  $A_{34}$  i  $A_{35}$  treba skratiti za po jedan dan. Time se trajanje projekta smanjuje na 38 dana, što je jednako vremenu usiljenog trajanja projekta sa slike I-128. Troškovi realizacije projekta rastu za 24.000 dinara ( $1 \cdot 10.000 + 1 \cdot 6.000 + 1 \cdot 8.000 = 24.000$ ) i sada iznose  $865.000 + 24.000 = 889.000$  dinara. Odgovarajući mrežni dijagram dat je na slici I-132.



Slika I-132. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 7 dana.

Podaci o vremenima trajanja svih aktivnosti i celog projekta i o odgovarajućim troškovima za sve iteracije pregledno su prikazani u tabeli I-52.

Tabela I-52. Pregled vremena trajanja aktivnosti i troškova za sve iteracije

Aktivnost		Trajanje						Troškovi					
Naziv	Oznaka	$t_{ij}^n$	$t_{ij}^u$	I	II	III	IV	$C_{ij}^n$	$C_{ij}^u$	I	II	III	IV
A	$A_{12}$	10	7	8	8	8	8	80	95	90	90	90	90
B	$A_{13}$	8	8	8	8	8	8	100	100	100	100	100	100
C	$A_{16}$	24	20	24	24	24	23	200	240	200	200	200	210
Veš.	$A_{23}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	$A_{34}$	8	5	8	8	7	6	60	78	60	60	66	72
E	$A_{35}$	8	6	8	8	7	6	60	76	60	60	68	76
F	$A_{46}$	9	7	9	9	9	9	70	100	70	70	70	70
G	$A_{56}$	12	9	12	9	9	9	100	121	100	121	121	121
H	$A_{67}$	15	15	15	15	15	15	150	150	150	150	150	150
<b>Ukupno:</b>		<b>45</b>	<b>38</b>	<b>43</b>	<b>40</b>	<b>39</b>	<b>38</b>	<b>820</b>	<b>960</b>	<b>830</b>	<b>851</b>	<b>865</b>	<b>889</b>

Tabela I-52 i svi mrežni dijagrami pružaju dovoljno podataka za različite analize različitih varijanti vremenskog trajanja realizacije projekta. Pre svega, prema normalnom vremenu trajanja svake aktivnosti (mrežni dijagram sa slike I-127) ceo projekat može biti završen za

45 dana, pri čemu će troškovi izvršenja iznositi 820.000 dinara. Ukoliko bi se sve aktivnosti realizovale prema njihovom usiljenom trajanju, vreme realizacije projekta skraćuje se za 7 dana, pa je za izvršenje celog projekta potrebno 38 dana (mrežni dijagram sa slike I-128), a odgovarajući troškovi iznose 960.000 dinara.

Pomoću metode PERT/COST skraćeno je izvršenje celog projekta, takode, na 38 dana (mrežni dijagram sa slike I-132), ali sa znatno manjim porastom troškova izvršenja projekta. Prema optimalnom skraćivanju vremena trajanja pojedinih aktivnosti, projekat se može izvršiti sa troškovima od 889.000 dinara, što je za 71.000 dinara manje od troškova usiljene varijante. Iz mrežnog dijagrama sa slike I-132 vidi se da nije izvršeno skraćivanje trajanja svih aktivnosti do njihovog usiljenog trajanja. Dovoljno je bilo da se na jednom kritičnom putu iskoriste sve mogućnosti skraćivanja aktivnosti. Na slici I-132 ni jedna aktivnost sa kritičnog puta  $A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_5 \rightarrow A_6 \rightarrow A_7$  ne može više biti skraćivana, pa nema smisla skraćivati ni vreme trajanja aktivnosti sa drugih puteva (aktivnost  $A_{12}$  može se skratiti još za jedan dan,  $A_{34}$  još za jedan dan,  $A_{46}$  još za dva dana i  $A_{16}$  još za tri dana). Ni jedno od tih skraćivanja ne bi uticalo na skraćivanje vremena trajanja celog projekta, ali bi zato nepotrebno povećalo troškove izvršenja tih aktivnosti, a samim tim i troškove izvršenja celog projekta.

Pored toga, postupak skraćivanja vremena izvršenja celog projekta tako se vodi da je u svakoj iteraciji skraćivanje vršeno uz minimalni porast troškova. Zbog toga se može tvrditi da je rešenje modela u svakoj iteraciji optimalno. Zapravo, prilikom realizacije projekta, kada su ograničeni troškovi izvršenja projekta, ne mora se uvek ići na maksimalno moguće skraćivanje. Može se prihvatiti i delimično skraćivanje projekta, uz uslov da je izvršeno uz minimalni porast troškova i da obezbeđuje planirani rok završetka projekta. Prema tome, u zavisnosti od ograničenih troškova, sva rešenja, počev od normalnog trajanja aktivnosti, pa do poslednje iteracije, mogu biti prihvaćena za praktičnu primenu kao optimalna rešenja. Jedino rešenje u kome će se sve aktivnosti izvršiti prema njihovom usiljenom trajanju ne treba nikako usvajati. To je sigurno najnepovoljnije rešenje.

**Primer 7.3.2.** Mrežnom modelu pripadaju aktivnosti prikazane u tabeli I-53, za koje je poznato vreme trajanja (u danima) i troškovi izvršenja:

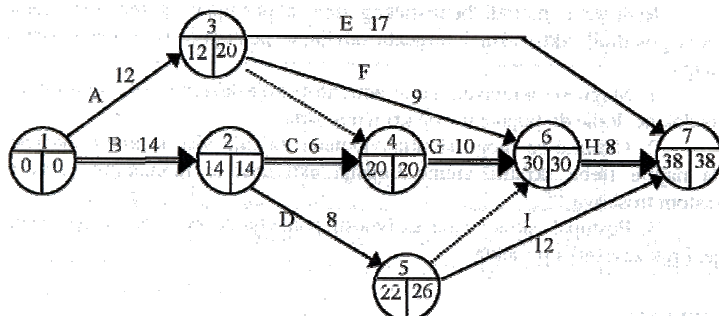
Tabela I-53. Početni podaci za primer 7.3.2.

Aktivnost		Trajanje (u danima)		Troškovi (u .000 din)		$\Delta C_{ij}$
Naziv	Zavisi od	Normalno	Skraćeno	za normalno	za skraćeno	
A	-	12	8	60	100	10
B	-	14	9	50	125	15
C	B	6	6	80	80	-
D	B	8	5	40	67	9
E	A	17	12	100	180	16
F	A	9	6	70	103	11
G	A,C	10	6	60	108	12
H	D,F,G	8	5	50	71	7
I	D	12	8	70	98	7
<b>UKUPNO:</b>				580	932	

- Postaviti mrežne dijagrame i utvrditi kritične puteve za normalno i skraćeno trajanje svih aktivnosti.
- Pronaći optimalno rešenje za najkraće vreme realizacije projekta.

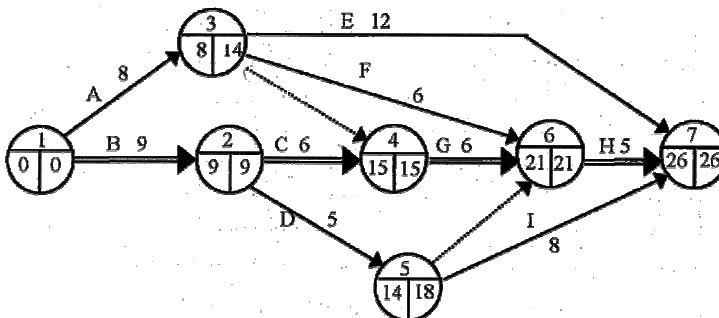
**Rešenje.**

- a) Na slici I-133 postavljen je mrežni dijagram projekta i izvršena je analiza vremena prema normalnom trajanju svih aktivnosti. Iz mrežnog dijagrama vidimo da je za izvršenje celog projekta, prema normalnom trajanju aktivnosti, potrebno 38 dana, uz odgovarajuće troškove od 580.000 dinara. Kritični put čine aktivnosti: B, C, G i H.



Slika I-133. Mrežni dijagram za normalno trajanje aktivnosti  $t_{ij}^n$

Na slici I-134 izvršena je analiza vremena prema skraćenom trajanju svih aktivnosti. Vidi se da se projekat može realizovati za 26 dana, ali uz odgovarajuće troškove od 932.000 dinara.



Slika I-134. Mrežni dijagram za usiljeno trajanje aktivnosti  $t_{ij}^u$

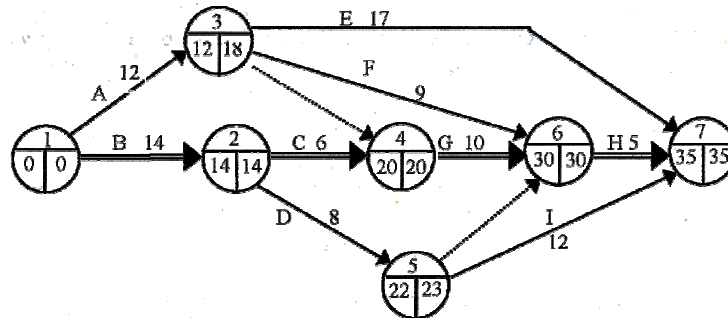
Naravno, postoji rešenje prema kome se projekat, takođe, može realizovati za 26 dana, ali uz znatno manji porast troškova.

- b) Optimalno rešenje, koje će obezbediti realizaciju projekta za 26 dana uz minimalni porast troškova, pronalazimo postupno polazeći od mrežnog dijagrama za normalno izvršenje svih aktivnosti, tj. od mrežnog dijagrama sa slike I-133.

*Prva iteracija*

Na kritičnom putu bira se aktivnost sa najmanjim priraštajem jediničnih troškova i skraćuje se najviše što je moguće. Sa kritičnog puta na slici I-133 najmanji prirast jediničnih troškova ima aktivnost H ( $\Delta C_{67}=7$ ). Ova aktivnost se može skratiti za 3 dana ( $8-5=3$ ). Treba uzeti u obzir i trajanje dva paralelna puta: prvi ide preko aktivnosti A→E i traje 29 dana ( $12+17=29$ ), tako da i posle skraćivanja aktivnosti H za 3 dana on neće biti kritičan; drugi ide preko aktivnosti B→D→I i traje 34 dana ( $14+8+12=34$ ), pa i on neće postati kritičan.

Prema tome, aktivnost *H* treba skratiti za 3 dana, čime će se i vreme realizacije projekta skratiti za 3 dana. Stanje posle ove iteracije prikazano je mrežnom dijagramu, slika I-135.



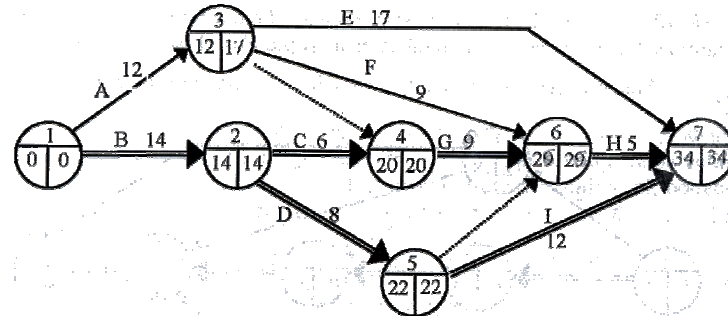
Slika I-135. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 3 dana.

Posle ovog skraćivanja troškovi projekta su porasli u odnosu na troškove za normalno izvršenje svih aktivnosti za  $3 \cdot 7.000 = 21.000$  dinara i iznose  $580 + 21 = 601.000$  dinara.

*Druga iteracija*

Na slici I-135 iste aktivnosti predstavljaju kritičan put. Međutim, mogu se kratiti samo još aktivnosti *B* i *G*. Aktivnost *G* ima manji prirast troškova, pa je to aktivnost koja će biti skraćena u drugoj iteraciji. Aktivnost *G* se može skratiti za 4 dana, ali treba proveriti i trajanje četiri paralelna puta: prvi je  $A \rightarrow E$  i on traje 29 dana; drugi  $A \rightarrow F \rightarrow H$  i traje 26 dana; treći  $B \rightarrow D \rightarrow I$  traje 34 dana i četvrti  $B \rightarrow D \rightarrow V \rightarrow H$  koji traje 27 dana.

Zaključujemo da se aktivnost *G* može skratiti samo za 1 dan, jer treći paralelni put sa trajanjem od 34 dana ne dozvoljava veće skraćivanje aktivnosti *G*, i tada će i treći paralelni put postati kritičan put. Stanje projekta posle druge iteracije dato je na mrežnom dijagramu sa slike I-136. Troškovi izvršenja projekta su porasli za 12.000 dinara ( $1 \cdot 12.000$ ) i iznose  $601.000 + 12.000 = 613.000$  dinara.

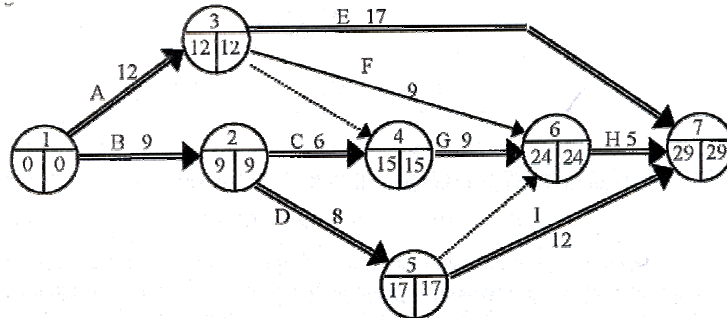


Slika I-136. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 4 dana.

*Treća iteracija*

Sada postoje dva kritična puta, pa se nadalje za isti broj dana moraju skratiti oba puta. Na kritičnom putu  $B \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow H$ , aktivnosti *C* i *H* se ne mogu skraćivati. Treba još zapaziti da aktivnost *B* pripada i jednom i drugom putu tako da se njenim skraćivanjem istovremeno skraćuju oba puta. Kako je prirast troškova za aktivnost *B* ( $\Delta C_{12} = 15$ ), manji od prirasta troškova za aktivnosti *G* i *I* ( $C_{46} + \Delta C_{57} = 19$ ), to u narednoj iteraciji treba skratiti aktivnost *B*. Ona se može skratiti za 5 dana ( $14 - 9 = 5$ ), a trajanje paralelnih puteva to dozvoljava: prvi put  $A \rightarrow E$  traje 29 dana; drugi  $A \rightarrow F \rightarrow G$  26 dana i treći  $A \rightarrow V \rightarrow G \rightarrow H$  26 dana. Prema tome,

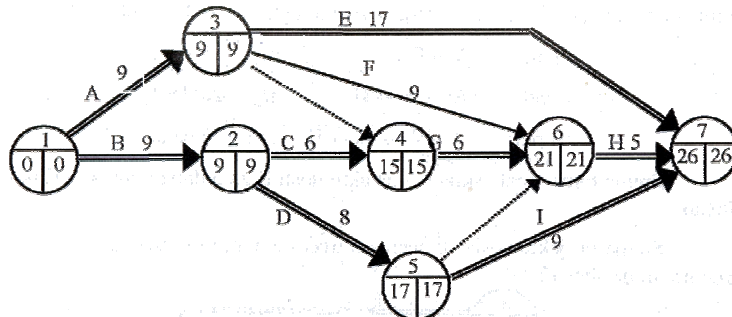
posle skraćivanja aktivnosti *B* za 5 dana i put *A*→*E* postaje kritičan. Stanje projekta posle skraćivanja u trećoj iteraciji predstavljeno je mrežnim dijagramom na slici I-137. Troškovi projekta su porasli još za 75.0000 dinara ( $5 \cdot 15.000$ ) i iznose  $613.000 + 75.000 = 688.000$  din.



Slika I-137. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 9 dana.

*Četvrta iteracija*

Sada postoje tri kritična puta. Aktivnost *B* se ne može više kratiti, pa nema ni jedne aktivnosti koja je zajednička za više kritičnih puteva. Na svakom putu biramo aktivnost sa najmanjim prirastom troškova: na putu *A*→*E* to je *A* ( $\Delta C_{13} = 10$ ), na putu *B*→*C*→*G*→*H* može se skraćivati samo *G* ( $\Delta C_{46} = 12$ ) i na putu *B*→*D*→*I* manji prirast troškova ima aktivnost *I* ( $\Delta C_{57} = 7$ ). Aktivnost *A* se može skratiti za 4 dana, aktivnost *G* još za 3 dana i aktivnost *I* za 4 dana, pa određujemo da sve aktivnosti treba skratiti za po 3 dana. Novi mrežni dijagram je na slici I-138. Sada su troškovi projekta porasli za 87.000 dinara ( $3 \cdot 10.000 + 3 \cdot 12.000 + 3 \cdot 7.000$ ) i iznose  $688.000 + 87.000 = 775.000$  dinara.



Slika I-138. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 12 dana.

Rešenje koje je dobijeno za mrežni dijagram sa slike I-138 pokazuje da se projekat može izvršiti u vremenu trajanja usiljenog kritičnog puta (26 dana), a da troškovi projekta iznose 775.000 umesto 932.000 dinara, koliko je dobijeno sabiranjem troškova pojedinih aktivnosti pri usiljenom trajanju. Ostvarena je značajna ušteda i to tako što je postignuto da ceo projekat ima usiljeno vreme trajanja, a da sve aktivnosti nisu svedene na usiljeno trajanje. Na taj način je postignuta ušteda od 157.000 dinara ( $932.000 - 775.000 = 157.000$ ).

Treba istaći i da su sva delimična skraćivanja trajanja projekta po iteracijama vršena uz minimalni porast troškova, pa zbog toga se, u zavisnosti od potreba i finansijskih sredstava, svako od tih rešenja može prihvatiti kao optimalno rešenje.



**Primer 7.3.5.** Za projekat, čiji je plan realizacije zadat matricom međuzavisnosti aktivnosti na slici I-56, odrediti najmanje moguće direktne troškove koji obezbeđuju završetak projekta po usiljenom kritičnom putu.

Tabela I-56. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

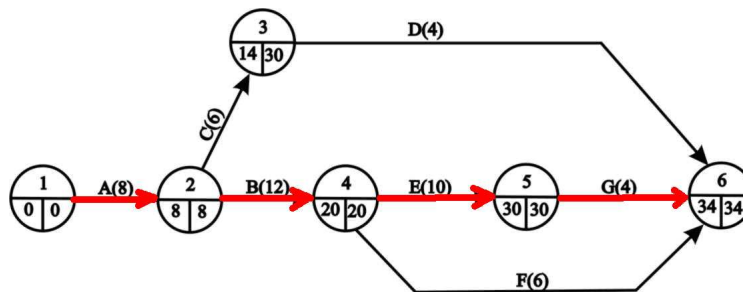
		Posmatrana aktivnost						
		A	B	C	D	E	F	G
Predhodna aktivnost	A	X						
	B		X			X	X	
	C			X				
	D				X			
	E					X		
	F						X	
	G							X
$t_n$ (dan)		8	12	6	4	10	6	4
$C_n$ (n.j.)		100	150	60	50	100	80	60
$t_u$ (dan)		4	8	4	2	6	3	2
$C_u$ (n.j.)		200	250	100	80	180	150	120

**Rešenje:**

Jedinični priraštaji troškova za sve aktivnosti u projektu date su u tabeli I-57, a mrežni dijagram sa normalnim trajanjima aktivnosti na slici I-152.

Tabela I-57. Jedinični priraštaj aktivnosti

	Aktivnost						
	A	B	C	D	E	F	G
$t_n$ (dan)	8	12	6	4	10	6	4
$c_n$ (n.j.)	100	150	60	50	100	80	60
$t_u$ (dan)	4	8	4	2	6	3	2
$c_u$ (n.j.)	200	250	100	80	180	150	120
$\Delta C(n.j./dan)$	25	25	20	15	20	23,3	30



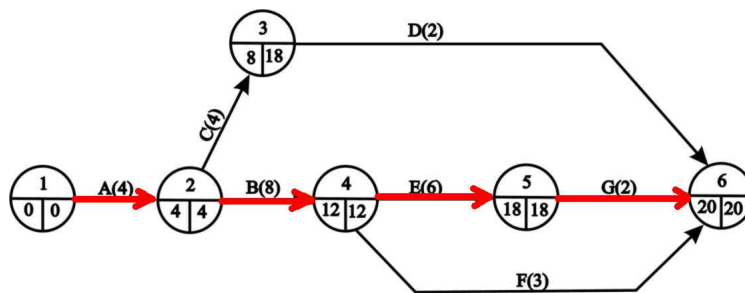
Slika I-152. Mrežni dijagram sa normalnim trajanjem aktivnosti  $t_{ij}^n$

Ukupno trajanje projekta:  $T_n = 34$  dana.

Kritičan put čine aktivnosti:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Normalni troškovi realizacije projekta:  $C_n = \sum c_n = 100 + 150 + 60 + 50 + 100 + 80 + 60 = 600$  n.j.

Mrežni dijagram sa usiljenim trajanjem aktivnosti, prikazan je na slici I-153.



Slika I-153. Mrežni dijagram sa usiljenim trajanjem aktivnosti  $t_{ij}''$

Ukupno trajanje projekta:  $T_n = 20$  dana.

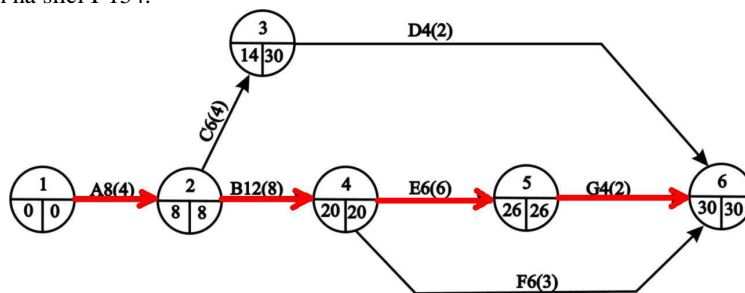
Kritičan put čine aktivnosti:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Maksimalni troškovi realizacije projekta:  $C_u = 200 + 250 + 100 + 80 + 180 + 150 + 120 = 1080$  n.j.

Projekat se može završiti za 20 dana, ali da pri tome nije neophodno da sve aktivnosti imaju usiljeno trajanje i da realizacija projekta mora da košta  $C_u = 1080$  n.j. Optimizacija se izvodi skraćivanjem aktivnosti prema minimumu jediničnih priraštaja troškova.

*Prva iteracija*

U prvoj iteraciji skraćuje se trajanje aktivnosti  $E$  sa 10 na 6 dana. Mrežni dijagram je prikazan na slici I-154.



Slika I-154. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 4 dana.

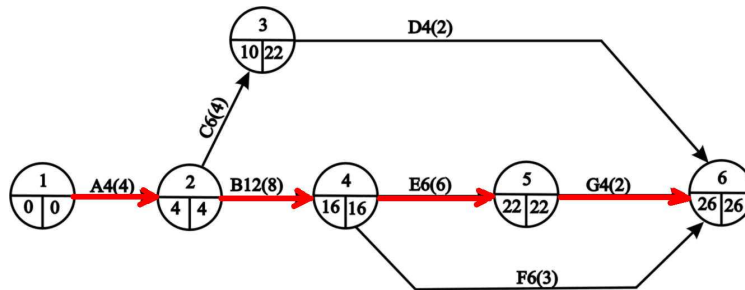
Ukupno trajanje projekta:  $T_1 = 30$  dana.

Kritičan put je:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Troškovi realizacije projekta po ovakvom planu:  $C_1 = 100 + 150 + 60 + 50 + 180 + 80 + 60 = 680$  n.j.

*Druga iteracija*

Skraćenje trajanja aktivnosti  $A$  sa 8 na 4 dana, prikazano je na slici I-155.



Slika I-155. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 8 dana.

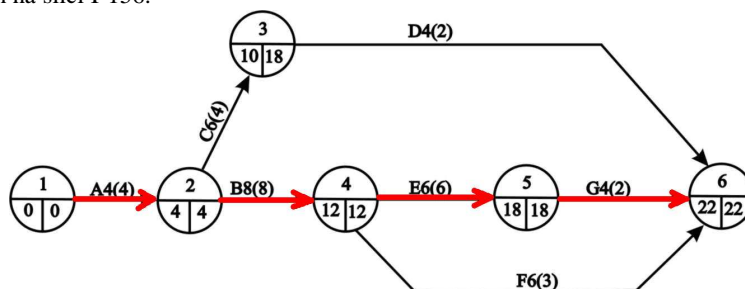
Ukupno trajanje projekta:  $T_2 = 26$  dana.

Kritičan put je:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Troškovi realizacije projekta po ovakvom planu:  $C_2 = 200 + 150 + 60 + 50 + 180 + 80 + 60 = 780$  n.j.

*Treća iteracija*

Skraćenje trajanja aktivnosti  $B$  sa 12 na 8 dana. Mrežni dijagram nakon ove iteracije je prikazan na slici I-156.



Slika I-156. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 12 dana.

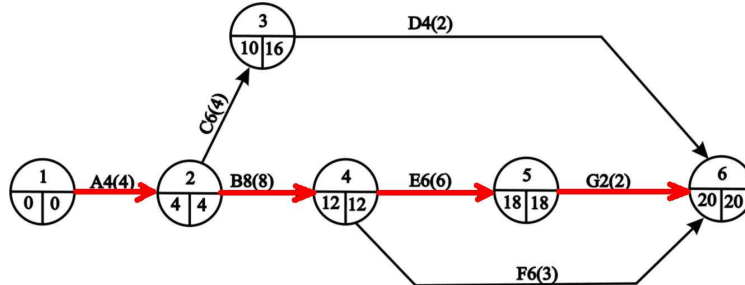
Ukupno trajanje projekta:  $T_3 = 22$  dana.

Kritičan put je:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Troškovi realizacije projekta po ovakvom planu:  $C_3 = 200 + 250 + 60 + 50 + 180 + 80 + 60 = 880$  n.j.

*Četvrta iteracija*

Skraćenje trajanja aktivnosti  $G$  sa 4 na 2 dana. Mrežni dijagram nakon ove iteracije je prikazan na slici I-157.



Slika I-157. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 14 dana.

Ukupno trajanje projekta:  $T_4 = 20$  dana.

Kritičan put je:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$ .

Troškovi realizacije projekta su:  $C_4 = 200 + 250 + 60 + 50 + 180 + 80 + 120 = 940$  n.j.

Kao što se vidi, došlo se do istog ukupnog vremena trajanja realizacije projekta od  $T_{\min} = T_4 = 20$  dana, ali uz troškove realizacije  $C_4 = 940$  n.j. što je manje od  $C_U = 1.080$  n.j. Izvršena je ušteda od  $1.080 - 940 = 140$  n.j.

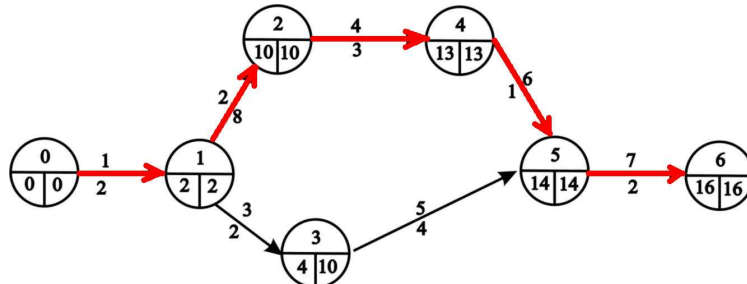
**Primer 7.3.6.** Na primeru projekta izgradnje nove proizvodne fabrike biće prikazane mogućnosti optimizacije troškova projekta uz pomoć tehnike mrežnog planiranja. Naravno realni slučajevi su daleko složeniji od prikazanog, ali postupak primene metoda je isti. U tabeli I-58 datisu podaci potrebni za analizu troškova: lista aktivnosti, normalno vremensko trajanje pojedinih aktivnosti i troškovi realizacije ovih aktivnosti. Takođe su data skraćena

(usiljena) vremena ovih aktivnosti kod kojih je to moguće, na različite načine ostvariti (angažovanjem dodatnih radnika, dodatne opreme, i sl.) i povećani troškovi (usiljeni) koji su potrebni za realizaciju ovih skraćenih aktivnosti.

Tabela I-58. Početni podaci za primer 7.3.6.

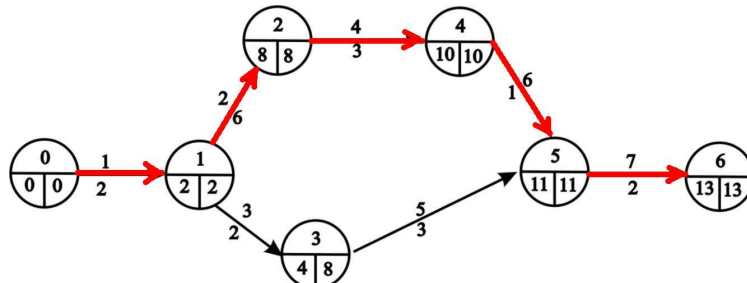
Red. br.	Naziv	Zavisi od	Normalno trajanje	Normalni troškovi	Usiljeno trajanje	Usiljeni troškovi
1.	Izrada projekta i ugovaranje izgradnje	-	2	200	2	200
2.	Izgradnje građevinskog objekta	1	8	5.000	6	6.000
3.	Dopremanje opreme	1	2	150	2	150
4.	Ugradnja instalacija	2	3	2.000	2	2.500
5.	Montaža tehnološke opreme	3	4	1.500	3	1.900
6.	Ugradnja specijalnih	4	1	500	1	500
7.	Tehnička kontrola	5,6	2	400	2	400
<b>Ukupno:</b>					9.750	11.650

Realizacija projekta proizvodne fabrike, u skladu sa planiranim vremenima trajanja aktivnosti, zahteva ukupne troškove (investicije) u iznosu od 9.750 n.j. Pretpostavićemo da investitor želi da što više smanji ukupno vreme realizacije projekta i da je spreman da podnese povećane troškove investiranja. Skraćenje je moguće kod aktivnosti 2, 4 i 5 aktivnosti, i to izaziva povećanje troškova u iznosu od 1.900 n.j. MD za normalno trajanje predstavljen je slikom I-158, i u njemu su naznačeni rezultati analize vremena.



Slika I-158. Mrežni dijagram sa normalnim trajanjem aktivnosti  $t_{ij}^n$

Na osnovu izvršene analize vremena uočavamo da ukupno vreme realizacije projekta za normalno trajanje, aktivnosti iznosi 16 dana. Ukupni troškovi za ovaj slučaj iznose 9.750 n.j. Mrežni dijagram sa izvršenom analizom vremena sa usiljenim trajanjem naznačenih aktivnosti dat je na slici I-159.



Slika I-159. Mrežni dijagram sa usiljenim trajanjem aktivnosti  $t_{ij}^u$

Iz mrežnog dijagrama se uočava da ukupno vreme realizacije projekta za usiljeno trajanje pojedinih aktivnosti isnosi 13 dana, a ukupni troškovi za ovaj slučaj 11.650 n.j. Skraćenje ukupnog vremena realizacije projekta, za 3 dana, traži dodatne troškove od 1.900 n.j.

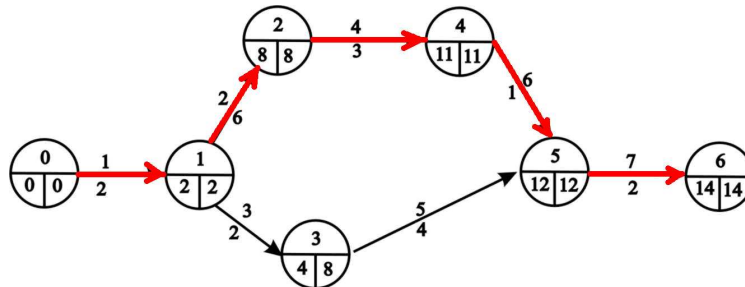
U tabeli I-59 su dati brojni podaci o izračunatim vrednostima priraštaja troškova za svaku aktivnost u pomenutom primeru.

Tabela I-59. Priraštaj aktivnosti

Aktivnost	Priraštaj troškova $\Delta C_{ij}$
1.	-
2.	500
3.	-
4.	500
5.	400
6.	-
7.	-

#### Prva iteracija

Najpre vršimo skraćivanje aktivnosti 2 koja se nalazi na kritičnom putu za 2 v.j. i prevodimo je, od normalnog, na usiljeno trajanje. Rezultati prvog skraćivanja prikazani su na mrežnom dijagramu na slici I-160.

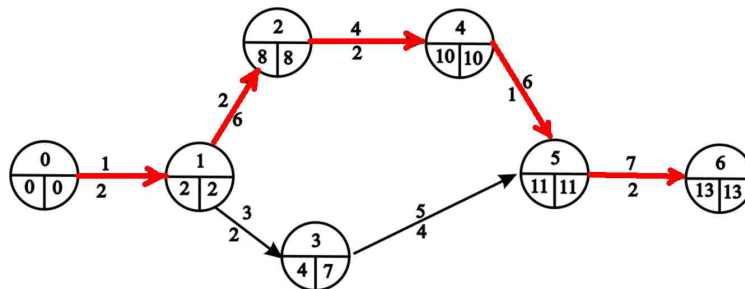


Slika I-160. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 2 dana.

Nakon skraćivanja aktivnosti 2, ukupno vreme realizacije projekta iznosi 14 dana. Ukupni troškovi se povećavaju za  $2 \cdot 500 = 1.000$  n.j. i sada iznose  $9.750 + 1.000 = 10.750$  n.j.

#### Druga iteracija

U drugoj iteraciji vršimo skraćivanje aktivnosti 4, koja se nalazi na kritičnom putu, za 1 v.j. Rezultati ove iteracije dati su na mrežnom dijagramu na slici I-161.



Slika I-161. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 3 dana.

Nakon skraćenja aktivnosti 4, ukupno vreme realizacije projekta iznosi 13 dana, a ukupni troškovi realizacije projekla 11.250 n.j. Ovim je završen postupak skraćenja vremena realizacije projekta, odnono optimizacije vremena i troškova projekta.

**Primer 7.3.7.** Analizom strukture projekta ustanovljena su karakteristična svojstva aktivnosti koja su data u tabeli I-60. Potrebno je odrediti minimalno povećanje cene koštanja realizacije projekta uz uslov uklapanja u ugovoreni rok od 15 dana.

Tabela I-60. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

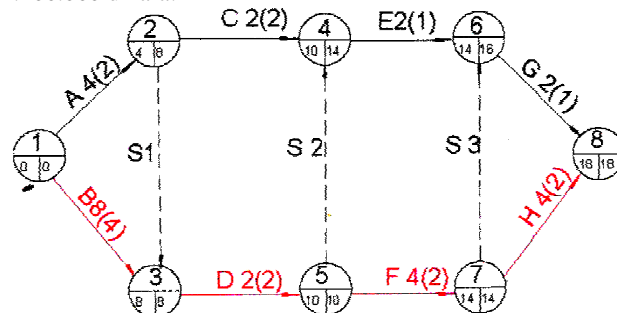
		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Prethodna aktivnost	A	X		X	X				
	B		X		X				
	C			X		X			
	D				X	X	X		
	E					X		X	
	F						X	X	X
	G							X	
	H								X
$t_n$ (dan)		4	8	2	2	2	4	2	4
$C_n$ (.000din)		100	300	500	400	300	300	100	100
$t_u$ (dan)		2	4	2	2	1	2	1	2
$C_u$ (.000din)		300	500	500	400	600	500	200	200

Jedinični priraštaj troškova prikazan je u tabeli I-61.

Tabela I-61. Jedinični priraštaj troškova

	Aktivnosti							
	A	B	C	D	E	F	G	H
$t_n$ (dan)	4	8	2	2	2	4	2	4
$C_n$ (.000din)	100	300	500	400	300	300	100	100
$t_u$ (dan)	2	4	2	2	1	2	1	2
$C_u$ (.000din)	300	500	500	400	600	500	200	200
$\Delta C$ (.000 din/dan)	100	50	-	-	300	100	100	50
RANG	2	1	-	-	3	2	2	1

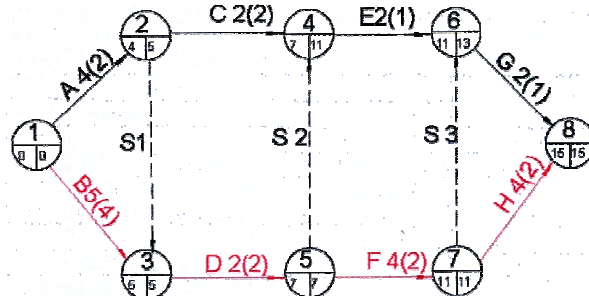
Mrežni dijagram sa normalnim trajanjima aktivnosti prikazan je na slici I-162. Kritičan put sačinjavaju aktivnosti  $B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$ . Nominalno trajanje projekta je 18 dana, a troškovi realizacije su 2.100.000 dinara.



Slika I-162. Mrežni dijagram sa normalnim trajanjem aktivnosti  $t_{ij}$

*Prva iteracija*

U ovoj iteraciji se aktivnost *B* skraćuje za 3 dana iako je dopustivo da se ona usili sa 8 na 4 dana, jer je zahtevano trajanje projekta za realizaciju 15 dana. Kritični put je ostao ne promenjen  $B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$ . Na ovaj način je realizacija poskupela za  $3 \cdot 50.000 = 100.000$  din. Troškovi realizacije projekta po ovakvom planu su:  $C = 2.100.000 + 100.000 = 2.200.000$  din. Mrežni dijagram sa usiljenom aktivnošću *B* prikazan je na slici I-163.



Slika I-163. Vreme trajanja projekta skraćeno je za 3 dana.

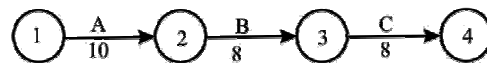
## 8. PDM - Precedence Diagramming Method

Metoda PDM (*Precedence Diagramming Method*) je metoda crtanja dijagrama prethodjenja ili metoda prvenstva, koja otklanja jedan od glavnih nedostataka metoda CPM i PERT. Glavni nedostatak CPM i PERT metoda se ogledao u nemogućnosti, ili teškom načinu prikazivanja preklapanja aktivnosti, što se može ilustrovati sledećim jednostavnim primerom.

**Primer 8.1.** Neka se radi projekat vodovoda. Glavni plan se sastoji od sledećih aktivnosti:

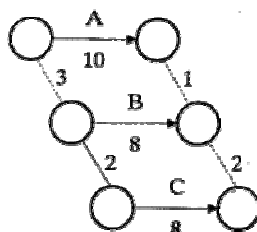
- 1) aktivnost *A*: iskop zemlje (kanala) u trajanju od 10 dana;
- 2) aktivnost *B*: postavljanje cevi u trajanju od 8 dana;
- 3) aktivnost *C*: zatrpavanje kanala u trajanju od 8 dana.

Uobičajeni mrežni dijagram sa sukcesivnim redanjem aktivnosti, korišćenjem metoda CPM i PERT, je dat na slici I-168.



Slika I-168. Mrežni dijagram sa sukcesivnim odvijanjem aktivnosti

Ukupno trajanje ovakvog projekta je 26 dana. Pitanje je da li mora da se završi aktivnost *A* (kopanje kanala) do kraja da bi počela aktivnost *B* (polaganje cevi). Takođe, nije neophodno da se završi aktivnost *B* pa da otpočne aktivnost *C* (zatrpavanje kanala). CPM metod koristi stepenasti mrežni dijagram, u kome se uvode fiktivne aktivnosti.



Slika I-169. Stepenasti mrežni dijagram

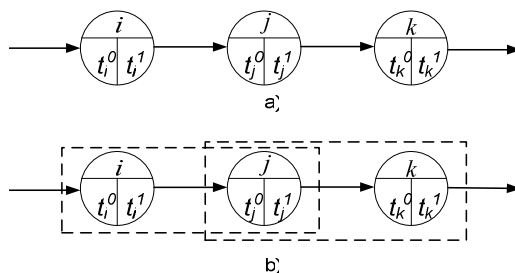
Kao što se može uočiti sa slike I-169, aktivnost *B* može otpočeti 3 dana nakon početka aktivnosti *A*, a aktivnost *C* sa 2 dana zakašnjenja u odnosu na aktivnost *B*. Na ovaj način je očuvana tehnološka zavisnost između aktivnosti, obezbeđeno paralelno, istovremeno odvijanje više aktivnosti, a rok završetka projekta je smanjen, i iznosi  $T = 3+2+8 = 13$  dana.

Ukoliko projekat ima veći broj aktivnosti, stepenasti (kaskadni) dijagrami se usložnjavaju i postaju nepregledni. To nije slučaj kod metode PDM, jer se način crtanja mrežnog dijagrama izvodi na drugačiji način, što predstavlja i jednu od njegovih prednosti.

Osnovne karakteristike PDM metode jesu: proračun vremenskih parametara, pravila za konstruisanje grafa PDM, tipovi veza, analiza vremena, i drugo.

### 8.1. Proračun vremenskih parametara

Proračun osnovnih parametara PDM mrežnog plana vezan je za aktivnosti, a ne za događaje. Po PDM metodu čvorovi u mreži, na osnovu analize strukture, predstavljaju definisane aktivnosti. U tom smislu, PDM metod koristi za osnovu AON tehniku (*Activity On The Node*), odnosno tehniku “aktivnost na čvoru”, za razliku od ADM tehnike (*Arrow Diagram Method*), tj. tehnike “aktivnost na strelici”, kojom je topološki strukturiran CPM, odnosno PERT model. Može se reći da su mrežni dijagrami kod CPM i PDM metoda zapravo inverzno orijentisani grafovi aktivnosti i događaja. Ilustracija je data na slici I-170. pri čemu je pod *a* dat deo CPM mrežnog dijagrama sa prikazom aktivnosti  $i-j$  i  $j-k$ , a pod *b* prikaz istih tih aktivnosti kod PDM mrežnog dijagrama.



Slika I-170. Prikaz aktivnosti kod CPM i PDM metode

Aktivnosti se kod PDM metoda prikazuju pomoću pravougaonika u koje se upisuju svi relevantni podaci za posmatranu aktivnost. Između aktivnosti su strelice koje



pokazuju samo tehnološku uslovljenost. Najčešći slučaj prikazivanja aktivnosti u PDM dijagramu je dat na slici I-171.

Aktivnost ( <i>i-j</i> )		$t_{ij}$
$t_i^0$	$t_j^0$	$\Delta u_{ij}$
$t_i^1$	$t_j^1$	

- $t_i^0$  - Rani start
- $t_j^0$  - Rani završetak
- $t_i^1$  - Kasni start
- $t_j^1$  - Kasni završetak
- $\Delta u_{ij}$  - Vremenski zazor
- $t_{ij}$  - Trajanje aktivnosti

Slika I-171. Najčešći način prikazivanja aktivnosti u PDM dijagramu

Ponegde se sreću i drugačiji načini prikazivanja aktivnosti, kao što je dato na slikama od I-172 do I-174. Svi oni sadrže iste podatke kao prethodni način.

- RS** - Rani start
- RZ** - Rani završetak
- A** - Oznaka aktivnosti
- Z** - Vremenski zazor
- Tr** - Trajanje aktivnosti
- KS** - Kasni start
- KZ** - Kasni završetak

<b>RS</b>		<b>RZ</b>
	<b>A</b>	
<b>Z</b>		<b>Tr</b>
<b>KS</b>		<b>KZ</b>

Slika I-172. Mogući način prikazivanja aktivnosti u PDM dijagramu

$t_{ij}$	<b>A<sub>ij</sub></b>	$S_{ij}$
<b>ES</b>		<b>EF</b>
<b>LS</b>		<b>LF</b>

- ES** - Early Start
- EF** - Early Finish
- LS** - Late Start
- LF** - Late Finish
- S** - Slack
- t** - Duration (Time)
- A** - Activity (Task) names

Slika I-173. Mogući način prikazivanja aktivnosti u PDM dijagramu

- Early Start** - Rani Start
- Early Finish** - Rani Završetak
- Late Start** - Kasni Start
- Late Finish** - Kasni Završetak
- Slack** - Vremenska Rezarva
- Duration** - Trajanje
- Task Names** - Ime Zadatka

Early Start	Duration	Early Finish
Task Name		
Late Start	Slack	Late Finish

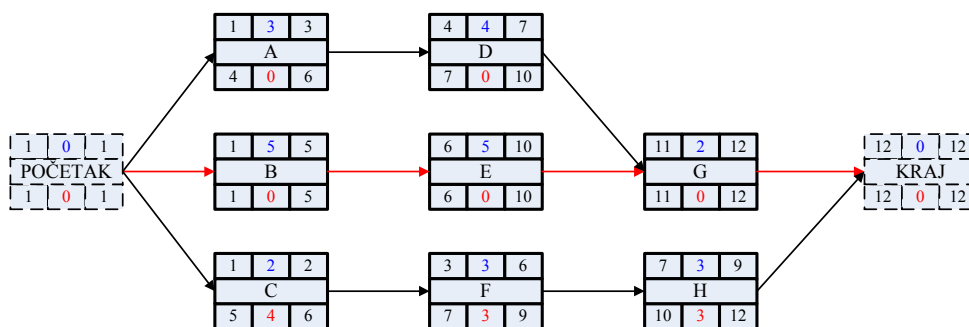
Slika I-174. Mogući način prikazivanja aktivnosti u PDM dijagramu

## 8.2. Pravila za konstruisanje PDM grafa

Aktivnosti u PDM grafu se spajaju linijama i strelicama direktno, u skladu sa prethodno formiranom matricom uslovljenosti izvođenja aktivnosti i redosleda događaja. Još jedna karakteristika PDM metoda je i ta što početak i/ili završetak

mrežnog plana može biti izražen sa jednim ili većim brojem aktivnosti, u zavisnosti sa koliko je aktivnosti potrebno projekat MD započeti, odnosno završiti.

U mreži nema fiktivnih aktivnosti. Formalno se može uvesti jedna fiktivna aktivnost pre početnih i/ili jedna iza završnih aktivnosti, u cilju potpunijeg izražavanja mrežnog dijagrama kao kod klasičnog CPM, slika I-175.



Slika I-175. Određivanje trajanja projekta pomoću PDM metode

Preklapajuće aktivnosti i aktivnosti sa pomakom, tj. vremenskom distancom u realizacijama, na jednostavan način se prikazuju u mrežnom dijagramu, što predstavlja jednu od osnovnih prednosti PDM.

### 8.3. Tipovi veza kod PDM dijagrama

U modelima oblikovanim na osnovama ADM strukture (CPM i PERT), postojao je samo jedan tip veze između aktivnosti. Ta veza je konvencionalna i podrazumeva jasan stav da aktivnost prethodnika mora biti završena pre početka aktivnosti sledbenika. PDM metod raspolaže sa ukupno četiri tipa veza, koje poboljšavaju njegove performanse. Tipovi veza su dati u tabeli I-71.

Tabela I-71. Tipovi veza kod PDM metode

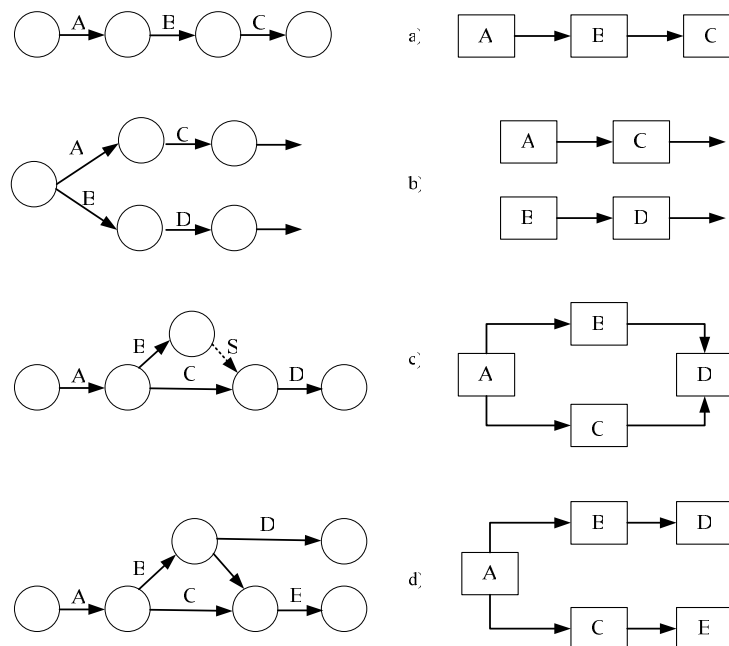
Tip veze	Grafička reprezentacija	Objašnjenje
Kraj na početak ( <b>F</b> inish to <b>S</b> tart)		Aktivnost B ne može početi dok ne prođe 3 v.j. od završetka aktivnosti A.
Početak na početak ( <b>S</b> tart to <b>S</b> tart)		Aktivnost B može početi tek nakon 4 v.j. od početka aktivnosti A.
Kraj na kraj ( <b>F</b> inish to <b>F</b> inish)		Aktivnost B se ne može završiti dok ne prođe 2 v.j. od završetka aktivnosti A.
Početak na kraj ( <b>S</b> tart to <b>F</b> inish)		Aktivnost B se ne može završiti dok ne prođe 1 v.j. od početka aktivnosti A.

## 8.4. Transformacija dijagrama

Transformaciju PDM mrežnog dijagrama u CPM je teško, često i nemoguće, potpuno izvesti. Razlog tome je postojanje četiri tipa veza koje su prisutne kod PDM metode (SS, SF, FS, FF), dok je kod metode CPM prisutna samo jedna (FS). Na osnovu ovog može se zaključiti da je relativno lako izvesti transformaciju iz PDM u CPM mrežni dijagram ukoliko su sve veze u PDM mrežnom dijagramu tipa finish to start (FS). Obrnut postupak transformacije je u principu izvodljiv. Elementarni primeri transformacije, iz CPM u PDM mrežni dijagram, su prikazani na slici I-176.

Osnovna prednost prioriternih mreža je, kao što je napomenuto, u mogućnosti grafičkog prikazivanja aktivnosti koje se preklapaju ili imaju razmak. PDM metoda ima i određenih nedostataka, posebno u slučaju kada veći broj aktivnosti treba nezavisno povezati sa više narednih aktivnosti. Klasične metode ovaj problem lako rešavaju uvođenjem fiktivnih aktivnosti, dok je prioriterna mreža u ovom slučaju znatno složenija i nejasnija. Ponegde se predlaže uvođenje fiktivnih aktivnosti i u prioriternu mrežu kako bi se prevazišli navedeni problemi.

Razmatranje prednosti i nedostataka klasičnih metoda i prioriternih metoda neizbežno dovodi do dileme koja metoda je najpogodnija za korišćenje u praksi. Smatra se da ni jedna metoda nema izrazite prednosti nad ostalima, i da izbor zavisi od ličnog afiniteta korisnika. Kao starija, metoda CPM je verovatno poznatija i zastupljenija kod korisnika. Postoji mišljenje da je CPM pogodnija za većinu konkretnih slučajeva planiranja projekta, dok je prioriterna metoda pogodnija samo u slučajevima kada u mreži postoji veći broj aktivnosti koje se preklapaju. Takođe se smatra da je prioriterni metod pogodniji i jeftiniji za računarsku obradu mrežnih dijagrama. Verovatno zato najveći broj kompjuterskih programa za planiranje i kontrolu projekta koristi prioriterni metod.



Slika I-176. Elementarni primeri transformacije CPM u PDM mrežni dijagram

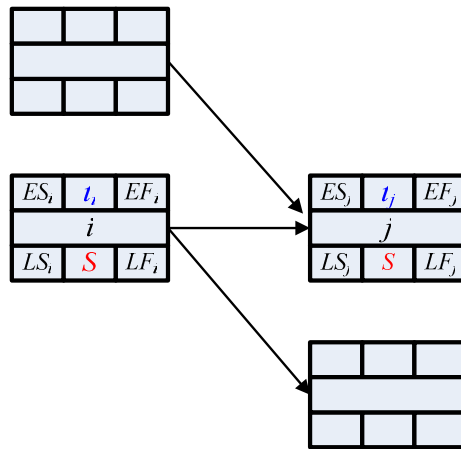
## 8.5. Analiza vremena kod PDM metode

U metodi PDM aktivnosti projekta se predstavljaju čvorovima i zato se analiza vremena formalno vezuje za aktivnosti (čvorove), a ne za događaje kao što je radeno kod metoda CPM i PERT. Sam postupak analize vremena je u suštini isti, samo su obeležavanja događaja i trajanja aktivnosti na dijagramu različita.

Postupak određivanja trajanja projekta se i kod ove metode vrši u dve faze. U prvoj fazi se izračunavaju najraniji početak i završetak za sve aktivnosti proračunom u napred (u desno), a u drugoj najkasniji početak i završetak za sve aktivnosti postupkom u nazad (u levo). Za proračun se koriste oznake:

- $ES_i, ES_j$  – najraniji počeci aktivnosti  $i$  i  $j$
- $EF_i, EF_j$  – najraniji završeci aktivnosti  $i$  i  $j$
- $LS_i, LS_j$  – najkasniji počeci aktivnosti  $i$  i  $j$
- $LF_i, LF_j$  – najkasniji završeci aktivnosti  $i$  i  $j$
- $t_i$  – dužina trajanja aktivnosti  $i$
- $t_j$  – dužina trajanja aktivnosti  $j$

Na slici I-177 ilustrovan je način na koji se u mrežnom dijagramu upisuju trenuci najranijih i najkasnijih početaka i završetaka aktivnosti  $i$  i  $j$ .



Slika I-177. Mrežni dijagram sa aktivnostima u čvorovima

- Za proračun u napred koriste se relacije (32) do (34):

$$EF_i = ES_i + t_i - 1 \quad (32)$$

gde je:  $ES_1 = 1$

$$ES_j = EF_i + 1 \quad (33)$$

ukoliko postoji samo jedna veza do aktivnosti  $j$ , u suprotnom važi da je:

$$ES_j = \max EF_i + 1 \quad (34)$$

tj. uzima se maksimalno vreme najranijeg završetka od svih aktivnosti koje prethode aktivnosti  $j$ , i dodaje se 1.

- Za proračun u nazad koriste se relacije (35) do (37):

$$LS_j = LF_j - t_j + 1 \quad (35)$$

gde je:  $LF_n = EF_n$

$$LF_i = LS_j - 1 \quad (36)$$

ukoliko postoji samo jedna veza iz aktivnosti  $i$ , u suprotnom važi da je:

$$LF_i = \min LS_j - 1 \quad (37)$$

tj. uzima se minimalno vreme najkasnijeg početka od svih aktivnosti kojima je  $i$  predhodna aktivnost, i oduzme se 1.

- Na osnovu relacije (38) računa se vremenska rezerva aktivnoszi (zazor).

$$S_i = (LF_i - ES_i + 1) - t_i \quad (38)$$

Konstruisanje mrežnog dijagrama i analiza vremena biće pokazana kroz primere rešenih zadataka koji slede.

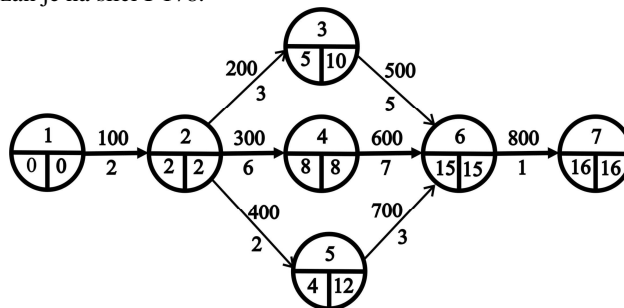
**Primer 8.5.1.** Realizacija nekog projekta je definisana matricom međuzavisnosti, koja je prikazana u tabeli I-72. Projekat prikazati mrežnim dijagramima po CPM i PDM metodu.

Tabela I-72. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		100	200	300	400	500	600	700	800
Prethodna aktivnost	100		X	X	X				
	200					X			
	300						X		
	400							X	
	500								X
	600								X
	700								X
	800								
Trajanje (h)		2	3	6	2	5	7	3	1

Rešenje:

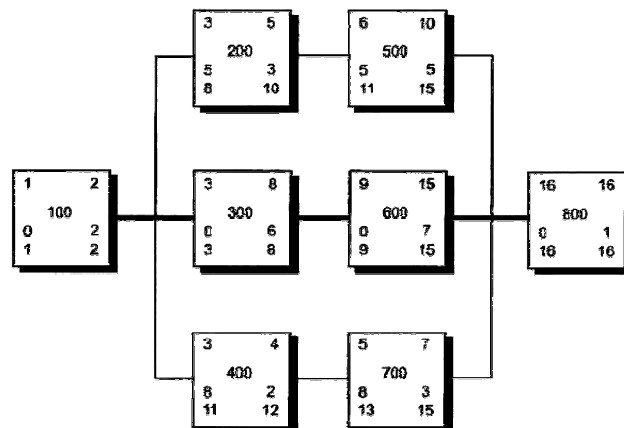
- 1) CPM mrežni dijagram, sa proračunatim vremenima tehnikom napred-nazad, prikazan je na slici I-178.



Slika I-178. CPM mrežni dijagram

Kritični put čine aktivnosti 100→300→600→800, a za realizaciju projekta potrebno je 16h.

- 2) PDM mrežni dijagram, sa proračunatim vremenima tehnikom napred-nazad, prikazan je na slici I-179.



Slika I-179. PDM mrežni dijagram

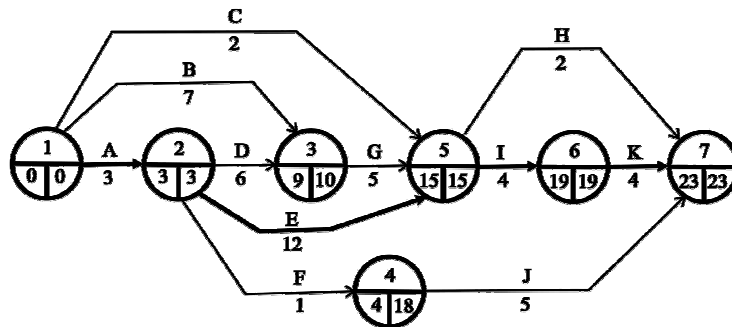
**Primer 8.5.2.** Za projekat koji je zadat tabelom I-73, gde su prikazane međuzavisnosti aktivnosti, identifikovati kritični put metodama CPM i PDM.

Tabela I-73. Međuzavisnost aktivnosti

Posmatrana aktivnost	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Prethodna aktivnost	-	-	-	A	A	A	B,D	C,G,E	C,G,E	F	I
Trajanje aktivnosti (h)	3	7	2	6	12	1	5	2	4	5	4

**Rešenje:**

- 1) CPM mrežni dijagram, sa proračunatim vremenima tehnikom napred-nazad, prikazan je na slici I-180.

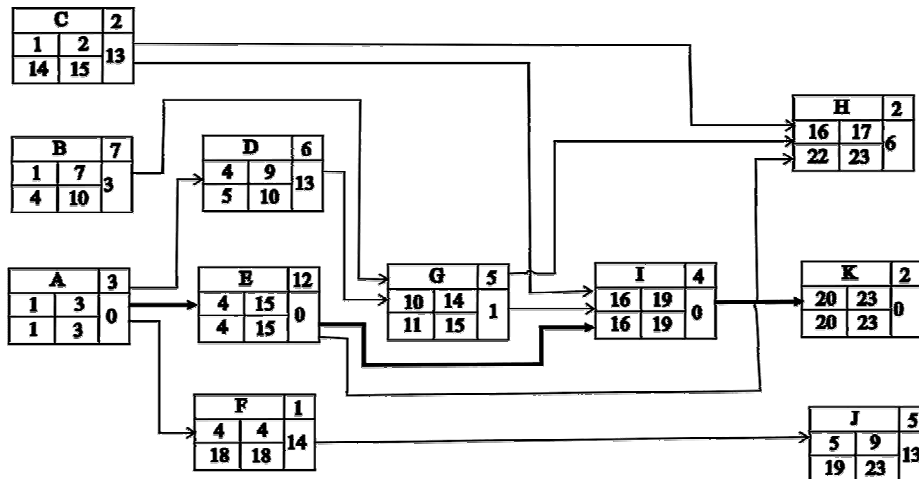


Slika I-180. CPM mrežni dijagram

Projekat se može realizovati za 23 h.

Kritični put se sastoji od aktivnosti: A→E→I→K.

- 2) PDM mrežni dijagram, sa proračunatim vremenima tehnikom napred-nazad, prikazan je na slici I-181.



Slika I-181. PDM mrežni dijagram

**Primer 8.5.3.** Realizacija projekta instalacije toplovodne mreže je zamišljena prema matrici međuzavisnosti aktivnosti, koja je prikazana u tabeli I-74.

Tabela I-74. Matrica međuzavisnosti aktivnosti

		Posmatrana aktivnost							
		A	B	C	D	E	F	G	H
Predhodna aktivnost	A		FS+2		FS				
	B			FF+2					
	C					FS			
	D						FS		
	E						FS		
	F							FF-2	FS
	G								
	H								
Trajanje aktiv. $t_{ij}$ (dan)		2	4	2	2	2	3	4	2

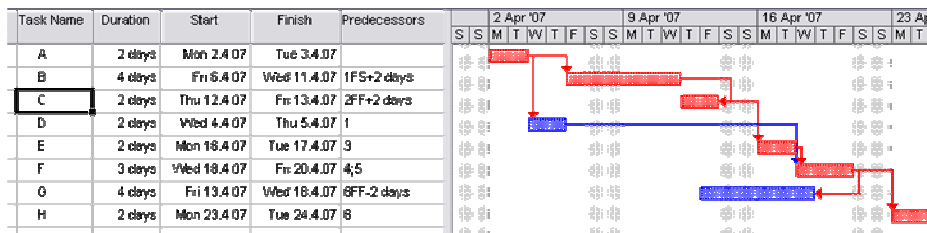
Ugovoreno je da se sa radom započne u ponedjeljak i da se posao završi za 3 radne nedjelje. Vikendom (subota i nedelja) se ne radi.

Potrebno je uraditi:

- Realizaciju projekta prikazati Gantovim dijagramom, odrediti najkraće vreme realizacije projekta i označiti kritični put.
- Realizaciju projekta prikazati PDM dijagramom i označiti kritični put.
- Da li je po ovakvom planu moguće projekat realizovati u ugovorenom roku?

**Rešenje:**

- Gantov dijagram realizacije projekta instalacije toplovodne mreže urađen je korišćenjem programa MS Project i prikazan na slici I-182.

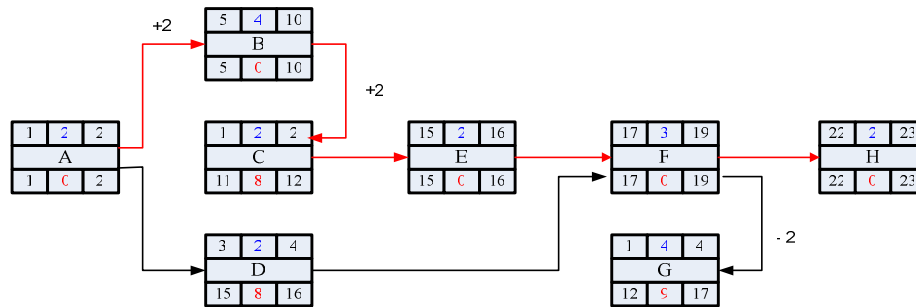


Slika I-182. Gantov dijagram realizacije projekta

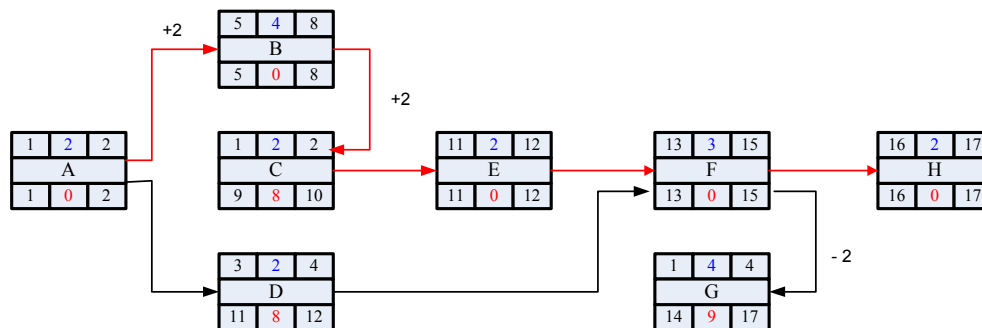
Najkraće vreme realizacije projekta je 23 kalendarska dana, odnosno, 17 radnih dana. Kritični put (crveni pravougaonici) sačinjavaju aktivnosti A-B-C-E-F-H.

- PDM dijagram realizacije projekta za kalendarske dane (kad subote i nedelje ulaze u proračun vremena) prikazan je na slici I-183., a proračun vremena za radne dane (kad subote i nedelje ne ulaze u proračun vremena) na slici I-184.





Slika I-183. PDM mrežni dijagram za kalendarske dane za primer 24.



Slika I-184. PDM mrežni dijagram za radne dane za primer 24.

- c) Po ovom planu realizacije projekat nije moguće realizovati u ugovorenom roku od 3 radne nedelje, jer dužina trajanja je 3 nedelje i 2 dana.

## 10. Primena računara u upravljanju projektima

Metode CPM, PERT i PDM bile su od svog nastanka uvek podržane softverom za mrežno planiranje i analize trajanja, vremenskih rezervi, troškova i korišćenja resursa. Razvojem računara i softvera unapređivani su i odgovarajući paketi. Danas na tržištu postoji više softverskih proizvoda za mrežno planiranje i upravljanje projektima, od besplatnih do onih čija cena ide na hiljade evra. Komercijalni napredni programi nastoje da budu jedna vrsta integrisanog informacionog sistema za preduzeća koja svoje poslovanje zasnivaju na projektima. Ta preduzeća imaju odgovarajuću organizacionu strukturu, tokove informacija i stil upravljanja koji se mogu podržati takvim informacionim sistemom.

U poslovanju sa velikim i složenim projektima uvek se preporučuje njihovo razdvajanje, zatim razlaganje na relativno manje potprojekte, ovih na još jednostavnije i tako dalje do aktivnosti i najprostijih poslova koje treba obaviti. Kao što je već napomenuto, kada projekti traju duže, potrebno je odrediti osnovne faze, ključne događaje i datume. Savremeni programski paketi podržavaju takav pristup i pružaju mogućnost uvida u plan ili stanje na projektu na različitim

nivoima, odnosno na više različitih projekata istovremeno. Glavni rukovodilac treba da ima mogućnost uvida u projekte na najvišem nivou, ali i u stanje na svakom konkretnom potprojektu pa i na pojedinačne aktivnosti ukoliko on to želi. Ide se do toga da rukovodilac može da vidi šta konkretni radnik treba da radi određenog dana. S druge strane, rukovodilac projekta ili potprojekta ne mora da ima ovlašćenje za uvid u stanje na projektima za koje on nije odgovoran.

Nekada je bila preporuka da se u upravljanju projektima računari primenjuju samo kada je broj aktivnosti relativno veliki, npr. veći od 100 ili 200. Smatralo se da je mrežne dijagrame i gantograme za manje projekte bolje praviti, crtati i ažurirati ručno. Crteži na velikim papirima okačenim na zidu davali su bolji pregled od listinga sa linijskih štampača. Danas savetnici u oblasti menadžmenta ne prave više takve preporuke. Korišćenje računara smatra se efikasnim, pitanje je samo koji programski paket upotrebljavati i koliko precizno i detaljno planirati. Opšte je pravilo da troškovi dodatne detaljizacije plana ne smeju da budu veći od troškova koji bi na projektu nastali ukoliko se ta detaljizacija ne bi učinila.

Korišćenje savremenog softvera i pored prijateljski urađenog okruženja može da traži neka specifična znanja, unošenje i obrade podataka koja traže znatno vremensko angažovanje korisnika programa. Glavni rukovodilac projekta ne mora sve to da poznaje niti sam da radi. U tom smislu se danas razlikuje posao upravljanja projektima za koji je odgovoran glavni rukovodilac, i posao tehničke obrade podataka i rada sa softverom koji može da za njegove potrebe obavlja neko drugi. Međugim, glavni rukovodilac treba da zna koje su analize korisne u upravljanju projektima i mogućnosti programa.

I pored toga što danas na raspolaganju postoje raznovrsni programski paketi, od kojih su mnogi fleksibilni i na različite načine se mogu prilagođavati specifičnim zahtevima, dešava se da neka preduzeća sama razvijaju jednostavne programe za planiranje, praćenje i nadgledanje projekta. Ovo se posebno odnosi na obrasce izveštaja o stanju na projektu.

Neki investitori zahtevaju da se plan projekta za koji se traži podrška napravi isključivo po određenoj metodologiji i korišćenjem konkretnog softvera.

Podaci koje treba obezbediti za rad i analize pomoću komercijalnih softverskih paketa odnose se najviše na aktivnosti i uključuju:

- a) Listu aktivnosti i zavisnosti između njih;
- b) Trajanja svake aktivnosti, deterministička ili procene;
- c) Troškove i resurse za svaku aktivnost;
- d) Opis svake aktivnosti (ovaj opis ne mora da bude uslov za rad programa ali je koristan analitičaru i rukovodiocu projekta);
- e) Kod (šifra) odgovornosti za svaku aktivnost koji pokazuje ko je uključen u realizaciju aktivnosti i ko je odgovoran za obavljanje aktivnosti;
- f) Kalendar, radni i neradni dani, vikendi, praznici;

- g) Normalno raspoloživi resursi na projektu, broj radnih i mašinskih sati u nedelji dana;
- h) Dodatni raspoloživi resursi, npr. prekovremeni rad;
- i) Određivanje faza, ključnih događaja i važnih datuma.

U zavisnosti od softvera i ciljeva koji se žele postići njegovim korišćenjem mogu biti potrebni i drugi podaci.

Komercijalni paketi za upravljanje projektima nastoje da podrže rukovodioca projekta u svim fazama životnog ciklusa projekta. Na primer, u priručnicima za korišćenje MS Project 2000 sugerise se sledeći postupak za planiranje i realizaciju projekta, pri čemu je svaka od navedenih aktivnosti u izvesnom stepenu podržana softverom.

Definisati projekat:

- Inicirati projekat.
- Početi sa datotekom projekta.
- Definisati predmet isporuke odnosno rezultate projekta.

Planirati aktivnosti na projektu:

- Odrediti faze i napraviti listu aktivnosti.
- Prikazati organizaciju na projektu.
- Organizovati projekat u glavni projekat i datoteke potprojekata.
- Predvideti trajanja aktivnosti.
- Postaviti ograničenja na aktivnostima i zavisnosti između njih.
- Kreirati zavisnosti između projekata.

Planiranje potrebnih resursa i nabavke:

- Proceniti potrebe za resursima.
- Uneti informacije o resursima i postaviti vremena rada.
- Razdeliti resurse između projekata.
- Dodeliti resurse aktivnostima.

Planirati troškove projekta:

- Proceniti troškove.
- Utvrditi i podeliti informacije o troškovima.
- Pripremiti se za upravljanje troškovima.

Plan za kvalitet i rizike:

- Planirati kvalitet.
- Identifikovati i planirati rizike.

Planirati komunikacije i sigurnost:

- Postaviti metode komuniciranja i rukovanja informacijama o projektu.
- Zaštiti informacije iz MS 2000

Optimizirati plan projekta:

- Optimizirati plan projekta da bi se postigao postavljeni datum završetka.
- Optimizirati plan projekta sa stanovišta resursa.

- Optimizirati plan projekta u odnosu na budžet.

Distribuirati plan projekta:

- Distribuirati informacije o projektu u pisanoj formi.
- Distribuirati informacije o projektu on-line

Pratiti napredovanje:

- Postaviti projekt za praćenje.
- Zapisivati napredovanje i reagovati na promene.

Upravljati rasporedom:

- Identifikovati probleme rasporeda.
- Raspoređivati aktivnosti, faze ili projekte.
- Distribuirati informacije o projektu u pisanoj formi.
- Distribuirati informacije o projektu on-line.

Upravljati troškovima:

- Identifikovati probleme troškova.
- Držati troškove u okviru budžeta

Upravljati obimom:

- Odgovarati na promene u obimu.
- Distribuirati informacije u pisanoj formi.
- Distribuirati informacije o projektu on-line.

Upravljati rizicima:

- Identifikovati nove rizike.
- Odgovoriti na rizične događaje.
- Distribuirati informacije u pisanom obliku.
- Distribuirati informacije o projektu on-line.

Izveštavati o stanju na projektu:

- Distribuirati informacije u pisanom obliku.
- Distribuirati informacije o projektu online.

Pregledati finalni izveštaj o projektu:

- Pregledati finalni izveštaj o projektu