2.5.2. SIMPLEX problem sa mešovitim ograničenjima

Funkcija cilja (kriterijuma) je :

$$\max F(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j = c_1 * x_1 + \dots\dots\dots + c_n * x_n$$

Sistem nejednačina ograničenja je:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ &\ldots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \ge b_m \end{aligned}$$

Ograničenjima koja sadrže ≤ dodaju se dopunske promenljive.

Ograničenjima koja sadrže = dodaju se veštačke promenljive pomnožene sa -M.

Ograničenjima koja sadrže ≥ dodaju se dopunske promenljive (sa znakom -) i veštačke promenljive pomnožene sa -M

Primer:

Pronaći maksimalnu vrednost funkcije kriterijuma:

$$\max F(x) = 7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 8x_4$$

uz sledeća ograničenja:

$$\begin{aligned} x_l + x_2 + x_3 + x_4 &= 24 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 50 \\ x_l + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 &\ge 40 \end{aligned}$$

$$x_j \ge 0, \ j = 1, 2, 3, 4$$

Uraditi:

a) Napisati aplikativni LINDO program.
b) Napisati početnu SIMPLEX tabelu (ST_0)
c) Odrediti koja promenljiva ulazi a koja izlazi u i iz baze.

Rešenje:

a) LINDO program: ! Funkcija cilja glasi:

```
MAX 7X1+5X2+6X3+8X4
SUBJECT TO
! Ograničenja su:
x1+x2+x3+x4 = 24
3x1+4x2+2x3+3x4 <= 50
x1+2x2+2x3+2x4 >= 40
END
```

b) Posle prilagođavanja modela za primenu simpleks metode, dobija se sledeći, prilagođeni model LP:

$$\max F(x) = 7x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 0x_5 - Mx_6 + 0x_7 - Mx_8$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \quad + x_6 \quad &= 24 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \quad + x_7 \quad &= 50 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 \quad + x_8 &= 40 \end{aligned}$$

Na osnovu prilagođenog modela sastavljamo nultu simpleks tabelu ST_0, u obliku:

ST_0

C_b	X_b	B	7	5	6	8	0	-M	0	-M	$\theta = \frac{b_j}{a_{ij}}$
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	
-M	x_6	24	1	1	1	1	0	1	0	0	24
0	x_7	50	3	4	2	3	0	0	1	0	25
-M	x_8	40	1	2	2	2	-1	0	0	1	20
F_j-c_j		0	-7	-5	-6	-8	0	0	0	0	
		-64	-2	-3	-3	-3	1	0	0	0	

Prema koeficijentima (F_j-c_j) tri promenljive dolaze u obzir da uđu u naredno rešenje. To su x_2, x_3 i x_4, jer je $(F_2 - c_2) = (F_3 - c_3) = (F_4 - c_4) = -3$. Zbog toga, u ovom slučaju, promenljivu koja će ući u naredno rešenje određujemo na osnovu relacije:

$$\max_j \{\theta j(Fj - Cj)\} = \theta s(Fs - Cs)$$

To znači da, pored vrednosti koeficijenata (F_j-c_j), moramo uzeti u obzir i vrednost parametra θ, odnosno vrednost promenljive koja će ući u naredno rešenje. Tako imamo sledeću situaciju:

- ukoliko u naredno rešenje uđe promenljiva x_2 dobiće vrednost 25/2 i povećati vrednost funkcije kriterijuma za: θ_2 (F_2-c_2) =25/2*3M = 75/2M
- ukoliko u naredno rešenje uđe promenljiva x_3 dobiće vrednost 20 i povećati vrednost funkcije kriterijuma za: θ_3 (F_3-c_3) = 20*3M = 60M
- ukoliko u naredno rešenje uđe promenljiva x_4 dobiće vrednost 50/3 i povećati vrednost funkcije kriterijuma za: θ_4 (F_4-c_4)= 50/3*3M = 50M

Tako je: $\max\{\theta\ (\mathbf{Fj - cj})\}$ = max(75/2M, 60M, 50M) = 60M

Na osnovu tog reziltata određujemo da u naredno rešenje ulazi promenljiva $\mathbf{x_3}$. Iz rešenja izlazi promenljiva $\mathbf{x_8}$, pa na osnovu pripremljene tabele ST_0 izračunavamo i popunjavamo tabelu ST_1.